

Caracterización de Medios Quirales Utilizando Ondas con Polarización Circular

Ernesto Martín⁽¹⁾, Juan Muñoz⁽¹⁾, Ángel J. García-Collado⁽²⁾, José Margineda⁽¹⁾,
Gregorio J. Molina-Cuberos⁽¹⁾

ernesto@um.es, juanmu@um.es, ajgarcia@ucam.edu, jmargi@um.es, gregomc@um.es

⁽¹⁾Dpto. de Electromagnetismo y Electrónica. Universidad de Murcia.

Campus de Espinardo, Espinardo, Murcia.

⁽²⁾Grupo de Investigación en Telecomunicaciones Avanzadas. Universidad Católica San Antonio.
Avda. Los Jerónimos s/n, Guadalupe, Murcia.

Abstract—The characterization of metamaterials is usually carried out by illuminating a sample with a linearly polarized plane electromagnetic wave. In points far from the sample, sensors are introduced to measure the transverse components of the field, before and after the sample, in order to compute the reflection and transmission coefficients related with the co- and cross-polar field components. Based on this information, retrieval algorithms allow parameters like rotation angle, effective chirality, refraction index, etc., to be calculated. Here we obtain information only on the transmission signals under illumination with plane circularly polarized waves, from which chirality and the rotation angle due to the electromagnetic activity of the material can be directly calculated. The method, which allows a simpler characterization of the metamaterial slab under study, is applied to the study of simulated chiral metamaterials composed of a dielectric slab substrate with a periodic array of metallic inclusions. The findings are contrasted with the experimental results obtained with linear polarization irradiation.

I. INTRODUCCIÓN

Los metamateriales son medios artificiales con los que se persigue obtener nuevos efectos electromagnéticos no encontrados en medios naturales. Son muchos los estudios realizados en este campo en las últimas décadas. Como ejemplos de metamateriales electromagnéticos se pueden consultar los trabajos [1], [2] y las referencias allí presentadas. Los medios quirales son un caso especial de metamateriales que se caracterizan por rotar el ángulo de polarización de una onda linealmente polarizada [3] y, en algunos casos, presentar refracción negativa [4].

A diferencia de los materiales ordinarios, cuyas ecuaciones constitutivas involucran la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética, los medios quirales incluyen un tercer parámetro en sus relaciones constitutivas, que se pueden escribir como [5]:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} - j\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\kappa \vec{H}, \quad (1)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + j\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\kappa \vec{E}, \quad (2)$$

donde ϵ y μ son las usuales permitividad y permeabilidad del medio, mientras que el tercer parámetro, denominado quiralidad κ , describe el acoplamiento entre los campos eléctrico y magnético.

En un principio, estos materiales se fabricaron mediante la distribución aleatoria de elementos con simetría quiral en

un dieléctrico. Las alternativas constructivas más recientes se basan en la distribución periódica esos elementos en placas de circuito eléctrico [6]. Los medios quirales afectan fundamentalmente a la propagación de una onda linealmente polarizada de dos modos: girando el ángulo de polarización, efecto conocido como *dispersión óptica rotatoria*, y cambios en la polarización, pudiendo pasar de lineal a elíptica, efecto conocido como *dicroísmo circular* [5].

Normalmente la caracterización de los materiales se realiza determinando los coeficientes de transmisión y reflexión de una señal linealmente polarizada. Sin embargo, los parámetros de *scattering* de los medios quirales difieren de los encontrados en los medios dieléctricos usuales al producir campos transmitidos perpendiculares al incidente.

En este trabajo presentamos una nueva técnica para la caracterización de materiales quirales basada en el uso de ondas con polarización circular a derechas e izquierdas (RCP y LCP), en lugar de linealmente polarizadas. La determinación del campo transmitido para ondas RCP o LCP permite caracterizar los efectos quirales de la muestra, es decir, obtener el ángulo de rotación, la elipticidad y el parámetro de quiralidad. Además, para su cálculo no es necesario ningún proceso extra de normalización.

Este método es más simple y requiere simulaciones y algoritmos menos elaborados que el método usual. Mostraremos la caracterización de un medio quiral y, para su contrastación, la de un medio aquiral de geometría muy parecida. Las simulaciones numéricas se han realizado haciendo uso del software comercial COMSOL Multiphysics.

II. MODELO PARA LA OBTENCIÓN DE LA QUIRALIDAD

El método tradicional de onda libre para caracterizar materiales quirales incluye la determinación en módulo y fase de los coeficientes de reflexión y transmisión de una muestra plano paralela bajo incidencia normal. Por lo tanto, las señales transmitidas y reflejadas han de ser medidas, o simuladas, y normalizadas a la señal de la onda incidente. El proceso en su conjunto requiere la medida de la señal reflejada y transmitida con la muestra en estudio, la señal transmitida sin muestra y la señal reflejada por un plano metálico situado en el mismo lugar que la muestra. En cada una de las situaciones descritas

hay que medir el campo eléctrico en sus componentes paralela y perpendicular a la dirección del campo incidente [7].

Los modos naturales de propagación en estos materiales son las ondas circularmente polarizadas a derechas e izquierdas, RCP y LCP. Estas ondas viajan por el material como si se tratase de un medio estándar, pero con distinto número de onda e índice de refracción para cada onda circular [5]. En consecuencia, el uso de ondas circularmente polarizadas permite una descripción más sencilla.

Si se ilumina la muestra con los modos naturales de propagación, el acoplamiento electromagnético se puede esquivar y los campos cumplen las ecuaciones constitutivas sin el parámetro de acoplamiento κ [9]. Cada modo se propaga por el medio con un número de onda e índice de refracción que viene descrito por [5]:

$$n_{\pm} = n \pm \kappa = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} (1 \pm \kappa_r) = n (1 \pm \kappa_r), \quad (3)$$

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r \mu_r} (1 \pm \kappa_r) = k_0 n (1 \pm \kappa_r), \quad (4)$$

donde $+$ y $-$ representan las ondas RCP y LCP, respectivamente, $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ es el índice de refracción y $\kappa_r = \kappa / \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ es la quiralidad relativa. Es importante destacar que la diferencia entre los dos índices de refracción (n_+ , n_-) aumenta cuando el valor de κ_r también aumenta. De hecho si κ_r es lo suficientemente grande, n_+ o n_- se pueden hacer negativos.

Si aplicamos las ecuaciones de continuidad a las interfases muestra-aire, se pueden obtener las relaciones de los tres parámetros constitutivos con los coeficientes de reflexión y transmisión [5]. El parámetro de quiralidad se puede calcular utilizando los coeficientes de transmisión para las ondas RCP y LCP incidentes, T_R y T_L [7], [10]:

$$\kappa = \frac{j}{2k_0 d} \ln \left| \frac{T_L}{T_R} \right| + \frac{1}{2k_0 d} \arg \left(\frac{T_L}{T_R} \right) + \frac{2\pi p}{k_0 d} \quad (5)$$

donde d es el grosor de la muestra, y p es un número entero, dependiente de la frecuencia que afecta a la parte real de κ . Este número se puede determinar teniendo en cuenta las siguientes condiciones: lejos de la resonancia su valor debe ser cero, tanto la parte real como la imaginaria de κ deben resonar a la misma frecuencia, y presentar continuidad fuera de la resonancia. Teniendo en cuenta estas condiciones se puede calcular el valor correcto de p . Para las simulaciones que presentamos en este trabajo siempre se ha encontrado que $p \leq 2$.

El ángulo de rotación θ y la elipticidad φ de una señal linealmente polarizada también puede calcularse a partir de ondas circulares [7]:

$$\theta = \frac{1}{2} \arg \left(\frac{T_R}{T_L} \right), \quad (6)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{|T_R|^2 - |T_L|^2}{|T_L|^2 + |T_R|^2} \right). \quad (7)$$

Claramente, cualquier actividad electromagnética se podrá relacionar con diferencias entre T_R y T_L . Las ecuaciones (5-7) muestran que conociendo los parámetros T_L

y T_R es posible determinar κ , θ o φ . Es más, únicamente el cociente T_R/T_L aparece en las expresiones, por tanto, para calcular los parámetros mencionados, basta con determinar fasores proporcionales a T_L y T_R , sin que sea necesaria ninguna normalización adicional. Esta información puede ser obtenida simulando la incidencia mediante dos ondas circularmente polarizadas, una a izquierdas y otra a derechas.

Fig. 1. Esquema de las celdas unidad analizadas en este trabajo: el resonador de cuatro manivelas (izquierda) y el paralelepípedo aquiral (derecha). Las dimensiones se pueden encontrar en [12].

III. RESULTADOS

El método de onda circular ha sido aplicado a dos muestras diferentes formadas por una lámina de dieléctrico FR4 indefinido, $\epsilon_r = 4,3$ (a 10 GHz), $\sigma = 0,08$ S/m, en la que se han realizado inserciones periódicas de elementos de cobre $\sigma = 5,97 \times 10^7$ S/m.

El primer caso a estudiar es el resonador de cuatro manivelas (4CR), todas ellas con la misma simetría quiral y empaquetadas en una distribución compacta (Fig. 1, izquierda). El tamaño de la celda unidad es menor que el de una estructura similar formada por cuatro parejas de manivelas [11]. Claramente, la agrupación de cuatro manivelas no es superponible a su imagen especular, posee simetría C4 en el eje perpendicular, y presenta quiralidad uniaxial para una onda incidente transversal. Para testar nuestro método, se han utilizado las dimensiones, material y propiedades de una muestra idéntica caracterizada experimentalmente con anterioridad [12]. Esta estructura fue analizada y se encontró que presentaba actividad electromagnética, dicroísmo circular e índice de refracción negativo. Éste último efecto se daba para una onda RCP en un intervalo estrecho de frecuencias.

El segundo caso de estudio se ha diseñado con el objetivo de mostrar que los efectos encontrados se deben a la geometría particular de la muestra bajo test. La estructura en forma de paralelepípedo, (Fig. 1, derecha), se ha obtenido extendiendo ligeramente la longitud de las dos vías metálicas más largas hasta conectar con la manivela más cercana. Las simulaciones que se realizan con esta muestra de simetría aquiral deberán presentar un valor nulo tanto en quiralidad como en ángulo de rotación. De este modo se puede comprobar la resolución del método que presentamos.

En las Figuras 2, 3 y 4 se presenta una selección de los resultados obtenidos con el resonador de cuatro manivelas. La Fig. 2 muestra las componentes transversales del campo transmitido para ondas incidentes RCP y LCP. Se puede observar que las dos componentes del campo eléctrico son de la misma magnitud y sus fases difieren en un factor $\pi/2$ en las dos polarizaciones y en todo el intervalo de frecuencias analizado. Así, por ejemplo, para una onda incidiendo en la dirección $+z$ con polarización RCP, el campo eléctrico incidente se puede representar por un fador de la forma: $\vec{E}^i = E_0(j, 1)$.

Lo que demuestra que el campo transmitido mantiene la forma $(E_x^t, E_y^t) = T_R E_0(j, 1)$. Lo mismo, pero con una

Fig. 2. Módulo y fase de las componentes E_x^t (línea) y E_y^t (símbolo) del campo eléctrico transmitido bajo incidencia normal de ondas RCP (superior) y LCP (inferior) para la estructura 4CR (Fig.1, izquierda). También se muestra la diferencia de fase, Δ .

Fig. 3. Ángulo de rotación θ y quiralidad κ obtenido a partir de excitación con ondas circulares (líneas) y con excitación con ondas linealmente polarizadas (símbolos).

diferencia de fase de $-\pi/2$ es aplicable a la iluminación con LCP.

Una vez confirmado que se mantiene la polarización circular tras la muestra, los coeficientes de transmisión se pueden determinar de manera independiente a partir de medidas (o simulaciones) de la componente x del campo eléctrico, o de la componente y .

Se pueden observar dos claras resonancias en 11.8 GHz y 15.3 GHz. Los coeficientes de transmisión de las ondas a derechas e izquierdas, T_R y T_L , no son iguales, lo que significa que la muestra presenta actividad electromagnética. En la primera resonancia, el coeficiente de transmisión de la onda LCP es mayor que el de la onda RCP, ocurriendo justo lo contrario en la segunda resonancia.

La Fig. 3 muestra una comparación de la quiralidad κ y ángulo de rotación θ obtenido con iluminación circular y lineal. Se puede observar un buen acuerdo entre ambas determinaciones, así como con los resultados experimentales obtenidos por [12] utilizando un sistema basado en onda linealmente polarizada (Fig. 4).

Para terminar, la Fig. 5 muestra los coeficientes de transmisión T_R y T_L , así como κ y θ obtenidos con polarización circular para la muestra formada por estructuras en forma de paralelepípedo aquiral. Como se puede observar tanto el parámetro de quiralidad como el ángulo de rotación son prácticamente cero, tal y como cabía de esperar dada la simetría no quiral de la muestra. La comparación realizada entre muestras con simetría quiral y aquiral de geometría muy similar confirma claramente que es la naturaleza quiral de la celda unidad la responsable de la actividad electromagnética del material.

IV. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método para obtener el parámetro de quiralidad basado en la iluminación con onda polarizada circularmente y aplicado a la caracterización de muestras con simetría quiral y aquiral, utilizando simulaciones numéricas. Los resultados obtenidos concuerdan con los obtenidos utilizando el método clásico de incidencia normal con onda linealmente polarizada y con los resultados experimentales. También, se ha confirmado que la señal transmitida a través de una muestra quiral mantiene el tipo de polarización circular (RCP o LCP) de la señal incidente.

Fig. 4. Ángulo de rotación y quiralidad obtenidos mediante simulación (izquierda) y caracterización experimental (derecha). Nótese que el intervalo de frecuencias no es el mismo.

Fig. 5. Módulo y fase del coeficiente de transmisión T_R y T_L (izquierda), y quiralidad y ángulo de rotación (derecha), obtenido mediante la simulación de la interacción de ondas circulares con la muestra en forma de paralelepípedo (Fig. 1, derecha).

Se han comparado los resultados obtenidos con muestras quirales y aquirales de geometría muy parecida, obteniendo, como cabía esperar, que es la simetría de la celda unidad y su periodicidad la responsable de la actividad electromagnética del material.

La técnica de caracterización propuesta es más simple que el método basado en onda linealmente polarizada, ya que para conocer la quiralidad de la muestra únicamente es necesaria una de las componentes del campo transmitido, para ambas polarizaciones.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido subvencionado por el Ministerio de Ciencia e Innovación a través del Proyecto TEC2010-21496-C03-02 y por Fondos FEDER.

REFERENCES

- [1] Ramakrishna, S.A., and T.M. Grzegorzczak, *Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials*, SPIE PRESS Bellingham, Washington USA, 2010.
- [2] Eleftheriades, G.V., and K.G. Balmain, *Negative Refraction Metamaterials: Fundamental Principles and Applications*, Wiley-IEEE Press. New Jersey USA, 2005.
- [3] Wang, B., J. Zhou, T. Koshny, and C.M. Soukoulis, "Nonplanar chiral metamaterials with negative index," *Applied Phys. Lett.*, Vol. 94, 151112(1-3), 2009.
- [4] Pendry, J.B., "A Chiral Route to Negative Refraction," *Science*, Vol. 306, 1353-1355, 2004.
- [5] Lindell, I.V., A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov, and A.J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral Media*, Boston, USA: Artech House, 1994.
- [6] Barba, I., A.C. Cabeceira, A.J. García-Collado, G.J. Molina-Cuberos, J. Margineda and J. Represa, "Quasiplanar Chiral materials for microwave frequencies," in *Electromagnetic Waves / Book 2*, A. Kishk Ed. InTech - Open Access Publisher, 97-116, 2010.
- [7] Margineda, J., G.J. Molina-Cuberos, M.J. Núñez, A.J. García-Collado and E. Martín, Electromagnetic Characterization of Chiral Media, in *Solutions and Applications of Scattering, Propagation, Radiation and Emission of Electromagnetic Waves*, edited by Ahmed Kishk, InTech, November 14, 2012.
- [8] Chen, L.F., C.K. Ong, C.P. Neo, V.V. Varadan, and V.K. Varadan, *Microwave Electronics Measurement and Materials Characterization*, John Wiley & Sons, Ltd, Chinchester England, 2004.
- [9] Bohren, C.F., "Light scattering by an optically active sphere," *Chemical Phys. Lett.*, Vol. 29, 458-462, 1974.
- [10] Zhao, R., T. Koschny, and C.M. Soukoulis, "Chiral metamaterials: retrieval of the effective parameters with and without substrate," *Optics Express*, Vol. 18, Issue 14, 14553-14567, 2010.
- [11] Molina-Cuberos, G. J., A.J. Garcia-Collado, I. Barba, and J. Margineda, "Chiral Metamaterials With Negative Refractive Index Composed by an Eight-Cranks Molecule," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett.*, Vol. 10, 1488-1490, 2011.
- [12] García-Collado, A.J., G.J. Molina-Cuberos, M.J. Núñez, E. Martín, and J. Margineda, "Negative Refraction of Chiral Metamaterial Based on Four Crank Resonators," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 26:7, 986-995, 2012.