

TRABAJO FIN DE MÁSTER



UCAM

UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE MURCIA

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y DE LA COMUNICACIÓN

Máster Universitario en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

LAS SOMBRAS DE LA ARQUITECTURA: LA TRIGONOMETRÍA Y OTROS PUNTOS DE VISTA

Autor: Isabel Martínez-Espejo Zaragoza

<https://youtu.be/fOBqLbWFRds>

Director/a

Andrés Bueno Crespo

Murcia, mayo de 2022

AUTORIZACIÓN PARA LA EDICIÓN ELECTRÓNICA Y DIVULGACIÓN EN ACCESO ABIERTO DE DOCUMENTOS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MURCIA

El autor, D. Isabel Martínez-Espejo Zaragoza. [REDACTED], como Alumno de la UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MURCIA, **DECLARA** que es el titular de los derechos de propiedad intelectual objeto de la presente cesión en relación con la obra (Indicar la referencia bibliográfica completa¹ y, si es una tesis doctoral, material docente, trabajo fin de Grado, trabajo fin de Master o cualquier otro trabajo que deba ser objeto de evaluación académica, indicarlo también)

Trabajo fin de Máster: “Las sombras de la arquitectura: la trigonometría y otros puntos de vista”

que ésta es una obra original y que ostenta la condición de autor en el sentido que otorga la Ley de la Propiedad Intelectual como único titular o cotitular de la obra.

En caso de ser cotitular, el autor (firmante) declara asimismo que cuenta con el consentimiento de los restantes titulares para hacer la presente cesión. En caso de previa cesión a terceros de derechos de explotación de la obra, el autor declara que tiene la oportuna autorización de dichos titulares de derechos a los fines de esta cesión o bien que retiene la facultad de ceder estos derechos en la forma prevista en la presente cesión y así lo acredita.

2º. Objeto y fines de la cesión

Con el fin de dar la máxima difusión a la obra citada a través del Repositorio institucional de la Universidad y hacer posible su utilización de *forma libre y gratuita* por todos los usuarios del repositorio, el autor **CEDE** a la Universidad Católica de Murcia **de forma gratuita y no exclusiva**, por el máximo plazo legal y con ámbito universal, los derechos de reproducción, distribución, comunicación pública, incluido el derecho de puesta a disposición electrónica, y transformación sobre la obra indicada tal y como se describen en la Ley de Propiedad Intelectual.

3º. Condiciones de la cesión

Sin perjuicio de la titularidad de la obra, que sigue correspondiendo a su autor, la cesión de derechos contemplada en esta licencia permite al repositorio institucional:

- a) Transformarla en la medida en que ello sea necesario para adaptarla a cualquier tecnología susceptible de incorporación a internet; realizar las adaptaciones necesarias para hacer posible la utilización de la obra en formatos electrónicos, así como incorporar los metadatos necesarios para realizar el registro de la obra e incorporar también “marcas de agua” o cualquier otro sistema de seguridad o de protección.
- b) Reproducirla en un soporte digital para su incorporación a una base de datos electrónica, incluyendo el derecho de reproducir y almacenar la obra en servidores, a los efectos de garantizar su seguridad, conservación y preservar el formato.
- c) Distribuir a los usuarios copias electrónicas de la obra en un soporte digital.
- d) Su comunicación pública y su puesta a disposición a través de un archivo abierto institucional, accesible de modo libre y gratuito a través de Internet.

4º. Derechos del autor

El autor, en tanto que titular de una obra que cede con carácter no exclusivo a la Universidad por medio de su registro en el Repositorio Institucional tiene derecho a:

¹ Libros: autor o autores, título completo, editorial y año de edición.

Capítulos de libros: autor o autores y título del capítulo, autor y título de la obra completa, editorial, año de edición y páginas del capítulo.

Artículos de revistas: autor o autores del artículo, título completo, revista, número, año y páginas del artículo.

- a) A que la Universidad identifique claramente su nombre como el autor o propietario de los derechos del documento.
- b) Comunicar y dar publicidad a la obra en la versión que ceda y en otras posteriores a través de cualquier medio. El autor es libre de comunicar y dar publicidad a la obra, en esta y en posteriores versiones, a través de los medios que estime oportunos.
- c) Solicitar la retirada de la obra del repositorio por causa justificada. A tal fin deberá ponerse en contacto con el responsable del mismo.
- d) Recibir notificación fehaciente de cualquier reclamación que puedan formular terceras personas en relación con la obra y, en particular, de reclamaciones relativas a los derechos de propiedad intelectual sobre ella.

5º. Deberes del autor

El autor se compromete a:

- a) Garantizar que el compromiso que adquiere mediante el presente escrito no infringe ningún derecho de terceros, ya sean de propiedad industrial, intelectual o cualquier otro.
- b) Garantizar que el contenido de las obras no atenta contra los derechos al honor, a la intimidad y a la imagen de terceros.
- c) Asumir toda reclamación o responsabilidad, incluyendo las indemnizaciones por daños, que pudieran ejercitarse contra la Universidad por terceros que vieran infringidos sus derechos e intereses a causa de la cesión.
- d) Asumir la responsabilidad en el caso de que las instituciones fueran condenadas por infracción de derechos derivada de las obras objeto de la cesión.

6º. Fines y funcionamiento del Repositorio Institucional

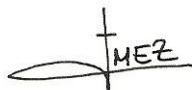
La obra se pondrá a disposición de los usuarios para que hagan de ella un uso justo y respetuoso con los derechos del autor, según lo permitido por la legislación aplicable, sea con fines de estudio, investigación, o cualquier otro fin lícito, y de acuerdo a las condiciones establecidas en la licencia de uso –modalidad “reconocimiento-no comercial-sin obra derivada” de modo que las obras puedan ser distribuidas, copiadas y exhibidas siempre que se cite su autoría, no se obtenga beneficio comercial, y no se realicen obras derivadas. Con dicha finalidad, la Universidad asume los siguientes deberes y se reserva las siguientes facultades:

a) Deberes del repositorio Institucional:

- La Universidad informará a los usuarios del archivo sobre los usos permitidos, y no garantiza ni asume responsabilidad alguna por otras formas en que los usuarios hagan un uso posterior de las obras no conforme con la legislación vigente. El uso posterior, más allá de la copia privada, requerirá que se cite la fuente y se reconozca la autoría, que no se obtenga beneficio comercial, y que no se realicen obras derivadas.
 - La Universidad no revisará el contenido de las obras, que en todo caso permanecerá bajo la responsabilidad exclusiva del autor y no estará obligada a ejercitar acciones legales en nombre del autor en el supuesto de infracciones a derechos de propiedad intelectual derivados del depósito y archivo de las obras. El autor renuncia a cualquier reclamación frente a la Universidad por las formas no ajustadas a la legislación vigente en que los usuarios hagan uso de las obras.
 - La Universidad adoptará las medidas necesarias para la preservación de la obra en un futuro.
- b) Derechos que se reserva el Repositorio institucional respecto de las obras en él registradas:
- Retirar la obra, previa notificación al autor, en supuestos suficientemente justificados, o en caso de reclamaciones de terceros.

Murcia, a 27 de mayo de 2022.

ACEPTA



Fdo.....

Agradecimientos

Seguramente son muchas las personas a las que me gustaría agradecer su aportación, para poder haber desarrollado este TFM, como los profesores del máster, en general, o mi tutor, Andrés Bueno Crespo, en particular. Pero sin duda, hay una persona, que merece mi agradecimiento y considero que no habrá suficientes días en mi vida para poder decirle, como se debe, todo lo que ha hecho por mí, mi madre. Esta persona lleva dando la vida entera por mí desde que nací, ha renunciado a miles de cosas y fue consciente mucho antes que yo, de lo que realmente me podría hacer feliz. Ha soportado mis enfados, mis tensiones, mis angustias... diría sin quejarse, pero tampoco vamos a mentir, porque un poquito si lo ha hecho, es cierto también, que muchas veces soy difícil de soportar. Por ello quiero dedicarle este trabajo, para agradecerle el estar siempre ahí, en cada pequeño paso, buscando incesantemente la forma de apoyarme para que encuentre mi camino. Es la persona que más admiro en este mundo y solo espero que un día pueda contribuir en una décima parte, a lo que ella ha hecho por mí para hacerme feliz.

Cuando una persona desea realmente algo, el universo entero conspira para
que pueda realizar su sueño

Paulo Coelho

ÍNDICE

1. JUSTIFICACIÓN	7
2. MARCO TEÓRICO	11
3. OBJETIVOS	21
3.1 OBJETIVO GENERAL	25
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	25
4. METODOLOGÍA	26
4.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	27
4.2 CONTENIDOS	31
4.3 ACTIVIDADES	32
4.4 RECURSOS	38
4.5 TEMPORALIZACIÓN	38
5. EVALUACIÓN	41
6. REFLEXIÓN Y VALORACIÓN FINAL	45
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47
8. ANEXOS	¡Error! Marcador no definido.

1. JUSTIFICACIÓN

Las carencias que se pueden encontrar en la enseñanza en general, y en las matemáticas en particular, son diversas, pero sin duda, una de las más notables, es la falta de aplicación práctica de la asignatura a la vida real, o mejor dicho la percepción que los alumnos tienen sobre ello. Efectivamente hay una gran diferencia entre dicha percepción y la verdadera falta de aplicación práctica, ya que realmente las matemáticas están en todos sitios, sin embargo, el problema es que los alumnos no son conscientes de esto. Se podría afirmar por ello, que sería interesante mostrarles más directamente, las aplicaciones, de cada parte que enseñamos, a la vida y a las situaciones más cotidianas. En diversos casos, se siguen utilizando los métodos tradicionales (concepción idealista-platónica: *“No se puede ser capaz de aplicar las matemáticas, si no se cuenta con un buen fundamento matemático”*, Apuntes Procesos E-A Matemáticas, 2022) porque siempre se han usado y “han funcionado”, pero la realidad es que la sociedad ha cambiado y las formas de aprender necesitan, por ello, evolucionar. Afirmar que precedentemente la escuela era prácticamente la única fuente de conocimiento para la mayoría puede parecer una obviedad, y ciertamente se sabe que esto era así. Sin embargo, ahora la información está disponible para todos, en grandes cantidades, pero como se ha ido afirmando a lo largo del master, todavía información no significa conocimiento. Además, que la información esté en muchos sitios no significa que por ello que el estudiante vaya a querer saberlo, por esta razón necesita motivación e interés. Es necesario hacerle ver al alumno cómo las matemáticas influyen en nuestra vida y su utilidad, ya que éstas, sin ser conscientes, se usan constantemente.

Mi proyecto educativo nace a partir de este problema planteado. Cuando llegué al instituto para hacer las prácticas, en 4º de la ESO estaban dando trigonometría. En mi opinión, es una de las partes de las matemáticas que más dificultad crea a los estudiantes, y que menos gusta, porque la mayoría de veces, lo ven como algo abstracto y sobre todo, consideran que no les sirve para nada. La trigonometría se ve tanto en matemáticas en 4º de la ESO como en 1º de bachiller. Así como el estudio de los triángulos se ve en dibujo técnico de 1º y 2º de bachiller.

La idea de este trabajo es realizar un proyecto interdisciplinar, utilizando la arquitectura como punto de cohesión para unir matemáticas, dibujo técnico, tecnología e informática, y de este modo mostrar a los alumnos la aplicación de éstas asignaturas en algunos campos prácticos como puede ser la arquitectura, principalmente, para calcular las sombras que producen los edificios. Esto es posible realizarlo tanto matemáticamente como a través del dibujo técnico, la tecnología o con software de diseño o modelado 3D. Esta, por lo tanto, sería la idea principal, aunque también se busca mostrar otras posibles aplicaciones de las matemáticas y en concreto de la trigonometría en la arquitectura, como para calcular la altura de un edificio a partir de su sombra o el cálculo de áreas. El proyecto consiste en planificar diferentes actividades, como hacer maquetas, para ver cómo proyectan las sombras utilizando distintas iluminaciones e inclinaciones o posiciones de éstas, diseñarlas a partir de técnicas de dibujo técnico o probar con algún programa que simule sombras en los edificios, como puede ser Autodesk Revit, y comprobar así que dan los mismos resultados tanto calculándolo matemáticamente o a través de otras metodologías como las anteriormente enumeradas.

Creo que mostrar a los alumnos como algo, que para ellos es completamente abstracto (tanto en matemáticas como en dibujo técnico), se convierte en otro algo más concreto que efectivamente ven en el día a día, y a su vez probarlo en algún software de 3D, puede hacer que esto les motive, y les haga aprender divirtiéndose. Considero que una de las claves necesarias de la educación del futuro es encontrar la forma de que los alumnos se motiven. La tendencia es que la formación se prolongue en el tiempo y que cada vez se requiera más especialización en muchos sectores. Sin embargo, resulta paulatinamente más complicado mantener a un alumno interesado, debido a la sociedad actual donde la mayoría de los adolescentes reciben una educación en sus hogares que les hace pensar que todo pueden quererlo y tenerlo al instante. Quizás, a partir de esta afirmación se podría considerar que es la premisa la que se debería cambiar, que el punto a investigar sería el de buscar el modo de que los chicos no sigan esta dinámica, que no se apoye a una sociedad que está recibiendo los valores equivocados, etc. No obstante, este tema sociológico no

puede ser contemplado o, mejor dicho, considerado como tema central, ya que es un aspecto que debe ser tratado por expertos de ese sector, los cuales tienen más experiencia y herramientas. Siendo consciente de esta premisa, la autora busca con este proyecto centrarse en una aportación más concreta que permita, en cualquier caso, hacer que los estudiantes compartan su entusiasmo y motivación tanto por aprender como por las ciencias y las matemáticas. Se pretende que el alumno pueda disfrutar aprendiendo, y así la adquisición del conocimiento venga de una forma natural.

Otro tema que es interesante considerar y que ha sido sutilmente mencionado, indirectamente, es el tema del proyecto interdisciplinar. Si bien en la enseñanza tradicional el patrón que se ha seguido es de la casi completa independencia entre asignaturas, a pesar de la existencia de tantos aspectos interrelacionados, en la actualidad se hacen cada vez más evidentes las ventajas que tienen los trabajos interdisciplinares. Basta ver cómo las empresas más punteras en diferentes sectores tienen trabajando para ellas grupos de empleados con diversas especializaciones. También en el mundo de la investigación es cada vez más usual ver cómo personas de diferentes campos se unen para desarrollar un tema desde diferentes puntos de vista buscando conseguir un resultado más completo. Un ejemplo claro se puede ver en la restauración de un monumento arquitectónico. De primeras, leyendo arquitectónico, puede considerarse que la persona que debe llevar a cabo el proyecto es un arquitecto y, efectivamente, podríamos estar en lo cierto. La pregunta es: ¿el proyecto será más “correcto” si lo realiza solo un arquitecto, o si en él interviene a su vez un historiador y un arqueólogo? Seguramente la percepción artística será cubierta correctamente por el arquitecto, así como la parte estructural o la elección de los materiales. Sin embargo, aunque si el arquitecto no tiene la formación histórica adecuada sobre la época de la que procede ese monumento, ciertamente puede documentarse, en general los tiempos que se le pueden dedicar a un proyecto son limitados y no podrá llegar a adquirir el mismo nivel de conocimiento, que el historiador por su formación básica tendrá ya de base. A esto se le puede sumar el hecho de que dicho profesional, gracias a su background, es experto en documentarse sobre una época, un monumento, un estilo, en definitiva sabe moverse en los archivos

históricos para obtener la información necesaria. Un razonamiento similar podría realizarse referente al arqueólogo. En definitiva, compartir diferentes puntos de vista sobre un tema siempre enriquece, por lo que se considera muy interesante realizar un proyecto interdisciplinar para enseñar como apreciar mejor un tema tratándolo desde diferentes perspectivas y a su vez, si una de las asignaturas no le agrada, el impulso de las otras puede ayudarle.

Por todas estas razones se considera que el trabajo “Las sombras de la arquitectura: la trigonometría y otros puntos de vista” puede presentarse como un proyecto innovativo al utilizar un tema recurrente como es la arquitectura para unir diferentes asignaturas como son matemáticas, dibujo técnico, tecnología e informática y a su vez mostrar el lado práctico de algunas partes de estas materias que pueden, en algunos casos, parecer demasiado abstractas.

2. MARCO TEÓRICO

Para afrontar el marco teórico de este trabajo se considera interesante ir de lo más general a lo más específico, por ello el punto de partida sería las matemáticas y el “odio” que generan. Uno de los objetivos que sin duda se busca en este proyecto es cambiar el punto de vista de animadversión que los estudiantes presentan frente a las matemáticas. De aquí surge la primera pregunta: ¿Por qué los estudiantes odian las matemáticas? Existen diversos estudios que hablan sobre este hecho. Hidalgo Alonso et al (2004) hablan de la aversión a las matemáticas desde un punto de vista afectivo, refiriéndose, por lo tanto, a la valoración y el aprecio, así como al interés hacia éstas, en este caso, negativo. Explica que la creación de un círculo vicioso es un problema básico que se puede dar, a partir de la consideración de que las matemáticas son acumulativas y pueden presentar una dificultad intrínseca. Cuando se habla de acumulativas, se refiere al hecho de que, en muchos casos, para resolver ciertos problemas o ejercicios, o para entender un nuevo concepto, es necesario utilizar conocimientos referidos a otras áreas de las matemáticas, o incluso de la misma área pero que se han explicado en edades más tempranas, conceptos previos en los que se fundamentan (el aprendizaje de las matemáticas también es progresivo). En general la mayoría de los conceptos matemáticos presentan relaciones con otros. Por este motivo, ciertas lagunas pueden provocar antes o después rendimientos escolares no satisfactorios, generando una disminución gradual del autoconcepto matemático y así, sucesivamente, un rechazo que, implicará una posterior predisposición negativa para su comprensión.

Gamboa y Moreira-Mora (2016), por su parte, hablan del odio a las matemáticas explicando que no solo se genera por argumentos relacionados con su naturaleza sino también desde un punto de vista afectivo, coincidiendo en algunos aspectos con Hidalgo Alonso et al. En cuanto al punto de vista afectivo refieren que este sentimiento venga respaldado por una serie de creencias y actitudes negativas, un conjunto de estereotipos formados alrededor, que además se transmiten de generación en generación. Los motivos son diversos como: las distintas experiencias, la tradicional imagen negativa que rodea a esta asignatura que ocasionalmente genera un bloqueo cognitivo, las situaciones

adversas “constantes” que presenta esta asignatura, que provoca en muchos casos condiciones afectivas negativas, dificultando el aprendizaje y estableciendo de este modo ciertas creencias, etc.

Dentro del artículo de Gamboa y Moreira-Mora (2016), se cita a Abraham, et al, (2010) los cuales definen las tres componentes que constituyen una actitud:

El cognitivo, que incluye las ideas y percepciones sobre el objeto de la actitud; el afectivo, que corresponde a los sentimientos que el sujeto tiene y la intensidad de los mismos; y el conductual, dada por la respuesta que el sujeto tiene en reacción al objeto de la actitud. (pp.30)

Por ello, es necesario ver todo aquello que influye en estas tres componentes, para comprender las diferentes posibilidades que pueden inferir en la aversión que los estudiantes pueden sentir hacia las matemáticas.

Entre las conclusiones que efectúan estos autores, resulta importante la relevancia que tiene la influencia de la actitud del profesor en los estudiantes. El estudio marca una mayor preponderancia de la tendencia didáctica del profesor con respecto a las creencias que tienen los estudiantes hacia las matemáticas. Así, se considera imprescindible analizar la práctica educativa de los profesores de esta asignatura para elaborar estrategias que ayuden a cambiar la imagen que el estudiante tiene sobre el mismo cuando ésta es negativa. Es necesario dar la importancia que se debe al factor emocional, y comprender como el estudiante se siente, piensa y actúa y, de ese modo, preparar el trabajo del aula considerando también este factor.

Además, el factor emocional también ejerce un gran impacto en la motivación y actuación de los estudiantes, otro de los temas interesantes que se quieren tratar en este proyecto. Se puede deducir que todo está relacionado.

Efectivamente, se veía, en la asignatura de Aprendizaje y desarrollo de la personalidad, como Maslow, en su teoría Humanista sobre la motivación (Apuntes de Aprendizaje y desarrollo de la personalidad, 2021/2022), explicaba que existen una serie de necesidades básicas jerarquizadas y que no se podía aspirar a las de categoría superior si no habían sido cubiertas las de la categoría

inferior. De este modo no se puede aspirar a una necesidad de logro intelectual si no han sido cubiertas necesidades como la de seguridad física y psicológica o la necesidad de autoestima. Si el estudiante tiene sentimientos de miedo, vergüenza o frustración generados por la asignatura, en ningún caso aparecerá el sentimiento de la búsqueda de logro intelectual, de querer aprender esa asignatura. Así que aunque sea importante cumplir un temario o unos objetivos, también lo es, tratar el aspecto emotivo.

Por otra parte, Mayte Rius (2015) explica, en su artículo en la Vanguardia, algunas observaciones hechas por Diego Alonso Cánovas, matemático y psicólogo, que expone que son varias las razones por las cuales los estudiantes odian las matemáticas. Algunas de ellas ya se han descrito, al coincidir con los autores precedentemente comentados, como la dificultad intrínseca que este saber presenta o su carácter acumulativo. Otra razón diferente se refiere a razones biológicas. La capacidad del ser humano de comprender operaciones abstractas no es innata ya que el desarrollo cognitivo va madurando con el tiempo, de hecho, el razonamiento formal es el último en desarrollarse.

Efectivamente, como se vio en la asignatura de Aprendizaje, Piaget explicaba cómo se produce el desarrollo cognitivo pasando por 4 fases desde el nacimiento hasta la adolescencia. En el caso de las matemáticas, será interesante sobre todo comprender las dos últimas fases: cuando se desarrolla la capacidad del pensamiento de las Operaciones concretas (7-11 años) y el de las Operaciones Formales (desde los 11-12 años). Cuando se habla de “Operaciones concretas” se refiere a la posibilidad, del niño en este caso, de realizar operaciones basadas en principios lógicos de razonamiento, que afecten a cosas concretas de la realidad o a situaciones conocidas. Las operaciones formales, por otra parte, son aquellas que se caracterizan por el pensamiento hipotético-deductivo, gracias al cual se consigue la capacidad de abstracción. Esta última fase puede ser muy adecuada para la comprensión de las matemáticas, ya que es posible desvincularse de lo concreto pudiendo realizar nuevas hipótesis no obtenidas directamente de la experiencia real, como ocurre frecuentemente en esta asignatura. Además, el razonamiento hipotético-deductivo ayuda a generar conclusiones desde premisas generalizadas y así

desarrollar y comprobar hipótesis explicativas, también bastante habitual en las matemáticas. Sin embargo, debe aclararse, como vimos en los apuntes de la asignatura, que efectivamente aunque esta etapa empieza a madurar a partir de los 11-12 años, no sucede a la misma vez para todos. Son diversas las investigaciones que buscan rebatir las afirmaciones de Piaget, a partir de estudios formalizados en adolescentes de 12 a 16 años, que mostraban no haber aún alcanzado completamente el desarrollo del pensamiento formal (en el artículo de Rius se habla de alcanzar esta etapa a los 20 años). Por otra parte, los estilos cognitivos son algo que también interviene en el desarrollo del pensamiento formal. Las personas que habitualmente razonan la información de forma analítica tienen más habilidad para resolver tareas de tipo formal (Apuntes de Aprendizaje y desarrollo de la personalidad, 2021/2022; Álvarez Jiménez, J.M., 2010).

Al final, se puede concluir sobre este aspecto que, sin lugar a dudas, uno de los aspectos más problemáticos de las matemáticas es que en muchos casos la asignatura se presenta como algo demasiado abstracto: muchas fórmulas, hipótesis y operaciones para llegar a ciertos resultados que para los estudiantes se convierten en un conjunto de números y letras “sin sentido”. Esta visión debe ser cambiada.

El segundo punto a tratar es el tema de la interdisciplinariedad. Éste es un argumento de actualidad que se refiere a la integración de varias disciplinas y, de hecho, son muchos los investigadores que hablan de los beneficios sobre abordar un tema desde perspectivas diferentes, y mediante propuestas diversas.

La interdisciplinariedad según Parra, Allan y Martins (2019) supone realizar un proyecto colaborativo donde se unen esfuerzos, competencias y habilidades para conseguir alcanzar un propósito común. Se combinan varias disciplinas para mediante el diálogo y la colaboración llegar a adquirir nuevo conocimiento, permitiendo la movilidad en la diversidad y aceptando nuevos roles. Dentro de este mismo artículo, se hace referencia a Carvajal (2010) el cual afirma que este tipo de proyectos consiente una formación basada en competencias que integra conocimientos, disciplinas, prácticas, habilidades y valores.

Por otra parte, Parra, Allan y Martins en su artículo, siguiendo el tema de la interdisciplinariedad, comentan que uno de los objetivos de su investigación es poder relacionar conceptos que los estudiantes trabajan en diferentes asignaturas, actualmente con una visión fragmentada, y así conseguir unirlos. Consideran interesante estudiar la interacción entre disciplinas, de sus ejes conceptuales, estrategias, procedimientos y datos para conseguir un buen proceso en la enseñanza y el aprendizaje del tema de estudio. Analizar simultáneamente distintos aspectos de una sola realidad.

Otro autor que habla sobre la interdisciplinariedad es Fernández-Ríos (2010). Éste argumenta que tradicionalmente las nociones sobre la realidad han sido divididas en varias disciplinas, provocando la fragmentación de la visión total de ésta. Esto se traduce en una enseñanza monodisciplinar que corresponde a la que se efectúa actualmente. Sin embargo, aunque ésta sea la modalidad vigente las tendencias buscan propiciar los estudios y las enseñanzas interdisciplinarias, bajo un pensamiento cooperativo. Las corrientes innovativas buscan desarrollar conceptos científicos interdisciplinarios, buscando un proceso reflexivo y crítico donde el objetivo es comprender la realidad de una forma más completa. Se persigue que el alumno encuentre las conexiones intrínsecas entre los diversos contenidos ya que la complejidad de la naturaleza y la sociedad no puede verse reflejada en un carácter monodisciplinario.

También el pensamiento crítico es algo que se persigue desarrollar a partir de este trabajo. Cuando estaba realizando la carrera, el profesor de estructuras, después de un semestre de trabajo muy exigente, en el que nos explicó algunos procedimientos bastante complejos para el cálculo de éstas, nos mostró un programa que por medio de “tres botones” efectuaba todos los cálculos en pocos minutos. Esto nos dejó atónitos y algunos nos atrevimos a preguntar, que por qué había pasado varios meses “atormentándonos” si existía ese programa tan sencillo para resolver los problemas casi automáticamente. El profesor explicó que si nosotros no comprendíamos todo el trabajo que había detrás, si el programa efectuaba cualquier fallo, nosotros no seríamos conscientes y al final aunque los resultados los hubiese dado el programa el error sería nuestro, por

no ser capaces de realizar el “control de calidad” del resultado. Alex Beard, que es un educador y escritor, en su video [video AprendemosJuntos] habla de que los niños tienen que ser capaces de evaluar las fuentes. Aunque Bear se refiere en realidad a las fuentes que los chicos encuentran en internet, y no a resultados que salen de programas de resolución de problemas, el principio es el mismo, se debe, como dice Beard, enseñar a los estudiantes a aprender a pensar de manera crítica, y esto se puede trasladar al final tanto a corroborar la veracidad de las fuentes como a comprobar la resolución correcta en un programa estructural.

Otros puntos que Alex Beard trata en su video como objetivos a buscar en la enseñanza son “trabajar de manera creativa, usar herramientas modernas para diferentes cosas y resolver problemas del mundo con creatividad”. Estos coinciden con los de este trabajo ya que se persigue mostrar diferentes formas de resolver un problema, tanto con herramientas informáticas como desde un punto de vista matemático, tecnológico o de dibujo técnico, lo que permite fomentar ese pensamiento creativo y usar herramientas modernas combinándolas con las clásicas.

Una vez tratados estos argumentos, un poco más genéricos, sobre aspectos interesantes que se buscan afrontar en este proyecto, a continuación, se considera procedente concentrarse en otros estudios más similares al que se pretende tratar en este trabajo final de master.

El primer estudio, ya utilizado para referirnos al tema de la interdisciplinariedad, es el desarrollado por Parra, Allan y Martins en 2019. Este recurre a la tecnología de la realidad aumentada para motivar a los estudiantes en un proyecto interdisciplinar de matemáticas e informática. La realidad aumentada (RA) permite al usuario realizar una inmersión en el mundo virtual, provocando una percepción, que en muchos casos, puede hacer sentir a éste que está en un mundo paralelo con aspecto completamente real. Esta tecnología consiente al alumno, por ejemplo, de visualizar modelos y compararlos con cosas reales, fomentando la comprensión satisfactoria de conceptos que esperan ser adquiridos por éste de una forma diferente y, quizás, más interesante.

El proyecto, según explican los autores, integra diversos conceptos de las matemáticas y la informática, mediante la generación de un modelo 3D. Posteriormente se traslada a la Realidad Aumentada para mostrar una vía alternativa a la educación tradicional, permitiendo descubrir diversos caminos, fomentando la motivación, y las múltiples posibilidades en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La tecnología según Esteban et al (2012) constituye un camino para “*la creación de experiencias significativas de aprendizaje*” (p. 7) que ayuda a los alumnos a profundizar en conceptos matemáticos, mostrándoles una aplicación práctica de la asignatura a la vida real. Dichos autores en su investigación, también utilizando RA, buscan mostrar otras perspectivas para ayudar a los estudiantes a comprender mejor las matemáticas de una forma creativa. Una parte importante de la aplicación práctica de las matemáticas es la resolución de problemas, Esteban et al., proponen el uso de la tecnología para crear nuevos espacios, nuevas perspectivas para observar el mundo que tenemos alrededor. Esto supone a su vez nuevas formas de acceder al conocimiento, permite de un modo creativo dar a los estudiantes la posibilidad de comprender las matemáticas saliéndose del método tradicional que en muchos casos causa frustración a estudiantes que tienen menos desarrollada la capacidad del pensamiento formal o abstracto.

Otro proyecto muy interesante es el realizado por Gilabert González y González Meca (2015). Su investigación busca devolver al dibujo técnico la “dignidad” perdida. Los autores de este estudio explican como el Dibujo técnico es una disciplina que, a pesar de sus aplicaciones y la cantidad de temáticas afines, cada vez sus conocimientos se ven más fragmentados y encasillados en conceptos muy especializados con poca utilidad. Por ello, los estudiantes de esta asignatura la consideran poco interesante.

Como se viene manifestando a lo largo de esta sección, una de las metas más ambicionadas, en la mayoría de proyectos actuales de educación, también en este caso, es la motivación de los alumnos. Por ello, se vuelve a incidir en la búsqueda de la interdisciplinariedad siendo ésta uno de los métodos más

recurrentes para conseguir dicho reto. Además, se persigue mejorar la forma de enseñar esta asignatura de modo que se adapte a las actuales necesidades de la sociedad del conocimiento. Estas necesidades efectivamente suponen la interrelación con otras materias, siendo seguramente la asignatura de matemáticas una de aquellas con la que comparte más áreas. Así, dicha integración favorece a su vez el pensamiento complejo.

Otro instrumento que no debe faltar en un estudio innovativo en educación es el uso de nuevas tecnologías. De este modo, simultáneamente se cumple con la normativa vigente y se consigue una mayor atención e interés por parte de los alumnos, los cuales se muestran más receptivos cuando se expone cualquier conocimiento dentro de una pantalla.

Por lo tanto, los objetivos del proyecto de Gilabert González y González Meca son bastante similares a los de la autora, relacionar asignaturas del currículo actual e incrementar otras áreas de conocimiento que, a su vez, permitan enriquecer al estudiante y fomentar su motivación. Su estudio parte de la asignatura de Dibujo técnico para aunar conocimientos con matemáticas, al contrario que en el caso actual de este TFM. Sin embargo, si se lee detenidamente ese proyecto, se coincidirá en la afirmación de que son estudios análogos debido a que estas dos asignaturas convergen en un montón de áreas de conocimiento, y ambas pueden verse cómodamente representadas en tecnologías gráficas como es el diseño asistido por ordenador.

Continuando con el estudio del proyecto de Gilabert se vuelve a incidir en la importancia de un aprendizaje integrado para la asimilación de conceptos de una forma ordenada y equilibrada, así como la necesidad de efectuar dicho aprendizaje de modo gradual para llegar a alcanzar y asimilar conocimientos más complejos. Por otra parte, se habla del interés de que los alumnos puedan utilizar diversos recursos para adecuar sus capacidades a la gran cantidad de información que hoy es posible encontrar, perseverando en impulsar la curiosidad, el pensamiento crítico y el intercambio de ideas a través del uso de la competencia lingüística y comunicativa.

Volviendo al tema tecnológico, este estudio reafirma la importancia en la sociedad actual de tener o desarrollar aptitudes tecnológicas para poder formar parte adecuadamente de una vida laboral plena, donde los medios digitales se presentan como algo necesario y en continuo proceso de renovación. Aun así, debe tenerse presente que la introducción en el conocimiento de programas informáticos no debe limitarse a la necesidad futura en el mundo laboral de su uso. Debe permitirse a los estudiantes la iniciación en estos, también, como una forma más de aprender desarrollando su capacidad creativa, que de otro modo vendría mermada, se busca un aprendizaje más ameno y divertido. Además, como se ha podido comprobar en las aulas, y ya se ha mencionado, las herramientas informáticas potencian la motivación del estudiante. Dicha motivación es útil para ayudar en el proceso de aprendizaje de ciertos conocimientos y a su vez permite fomentar la autonomía de estos.

A partir del uso de la tecnología y el dibujo técnico es posible utilizar la imagen para optimar el razonamiento, consintiendo de este modo encontrar la solución de problemas matemáticos. Por otra parte, las matemáticas y el dibujo técnico son necesarios para resolver problemas concretos del mundo del diseño, en el cual los estudiantes pueden directamente comprobar como los conocimientos adquiridos tienen su uso en la vida real.

Analizado brevemente el estado del arte sobre los problemas o argumentos que se quieren tratar en este trabajo, como son la animadversión a las matemáticas, la motivación, el pensamiento crítico, la necesidad de la interdisciplinaridad, y más concretamente, sobre las asignaturas que puede ser interesantes entrelazar para fomentar la comprensión de éstas y la motivación, se considera también necesario reflexionar sobre la situación actual de los puntos directos que intervienen en el proyecto. Por ello, aunque ya se ha hablado de las matemáticas, el dibujo técnico, la tecnología y la informática, es interesante ver más concretamente los aspectos más específicos que se van a tratar: las sombras en la arquitectura, la trigonometría (en matemáticas), los triángulos y las áreas (en dibujo técnico) y el software de Autodesk Revit (informática/tecnología).

Para poder considerar el primer tema, quizás, antes de hablar de las sombras de la arquitectura, primero debería definirse que es la arquitectura. Según la definición de significados.com “**arquitectura** se denomina el arte de idear, diseñar y construir edificios y estructuras donde se puedan desenvolver las actividades humanas, y que, a la vez, sean funcionales, perdurables y estéticamente valiosos”. Otra definición un poco más artística y de las más famosas que hay sobre esta ciencia, es aquella formulada por Le Corbusier, un arquitecto suizo, que en 1920 la definió como “*juego sabio, correcto y magnífico de volúmenes bajo la luz*” (citado en Vásquez, C., 2010). Es a partir de esta definición que puede entrarse en el concepto de las sombras, ya que no hay sombras si no existe la luz.

Desde las civilizaciones antiguas se ha hecho presente la importancia de la sombra. Ya Platón para hablar de la ignorancia del mundo sensible hizo simbólicamente referencia a ésta en el mito de la Caverna (Sánchez García, 2018). El estudio de la sombra, en cualquier caso, inicia a realizarse tardíamente con respecto al de la luz, algo comprensible si se tiene en cuenta que la sombra se ha considerado una entidad negativa (Stoichita, citado por Sánchez García, 2018).

En el caso de la arquitectura, la consideración sobre la sombra es diferente, al comprenderse como un catalizador que en cierto modo forja, cambia y afirma la arquitectura. Las sombras se crean cuando algo obstaculiza el sol o cualquier otro tipo de fuente lumínica. A partir de ésta se genera una proyección de la sombra que permite adivinar el contorno de los objetos, su límite visual, proporciona volumen y señala su situación en el espacio, como afirmaron Platón y Aristóteles (Sánchez García, 2018)

Las sombras, a diferencia de los estáticos edificios, son dinámicas. Si se observa el transcurrir de las horas durante el día, se observará como éstas van cambiando. El tiempo es solamente un concepto, pero su influencia en las sombras hace de ello una realidad. El reloj de sol mediante el movimiento de la sombra muestra el transcurso del tiempo, así se ve la contraposición de los elementos estáticos (reloj y personas) con respecto a los dinámicos (tiempo y

sombras). La sombra que produce el sol a través de los edificios, aparte de estar en continuo movimiento, al ir de Este a Oeste, puede ser mayor o menor dependiendo de la latitud del sol (inclinación) a lo largo del día, pudiendo realizar un cambio en su morfología.

Según Casado Martínez (2011), los espacios adquieren una identidad completa gracias al conjunto de sombras que los acompañan. Los espacios y su configuración van cambiando a lo largo del día según la secuencia de sombras que en ellos se van proyectando.

Dice Sánchez García (2018) que comprender la noción de sombra les permite a los arquitectos encontrar nuevas formas de componer e imaginar la arquitectura y jugar con este fenómeno para concebir nuevos espacios. La sombra da al edificio nuevas cualidades. *“El espacio arquitectónico logra tener un carácter temporal y dinámico cuando el individuo es capaz de percibir el movimiento que se genera entre luz y sombra”* (pp. 62).

Por lo que se refiere a la trigonometría, a pesar de ser una de las áreas más arduas para la mayoría de los estudiantes y, muchas veces, de menos interés, por ser considerada poco útil, su uso se remonta a los babilónicos, considerándose para ellos fundamental:

Se podría decir que los aportes fuertes o fundamentales de la civilización babilónica en lo que hoy se conoce como trigonometría (...) fue aplicada por los babilonios en los primeros estudios de astronomía para el cálculo de la posición de cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas, en los calendarios y el cálculo del tiempo, y por supuesto en navegación para mejorar la exactitud de la posición y de las rutas. (Abonia Velasco y Miranda Rosero, 2017, p. 40)

Siguiendo el estudio, en la historia de la trigonometría, realizado por Abonia Velasco y Miranda Rosero (2017), también para los egipcios se considera fundamental. Su uso fue necesario para la construcción de sus pirámides (p. 42) y el cálculo de la pendiente de una superficie plana (cotangente) (p. 45). En el

caso de los griegos, también la trigonometría es esencial para medir la distancia entre la tierra y la luna, el radio y el perímetro de la tierra y otras transcendentales medidas (p. 46). Las aportaciones de Tales (razones, proporciones y semejanza de triángulos) supuso el origen de las actuales razones trigonométricas, utilizó, por ejemplo, la tangente y la cotangente para el cálculo de la altura de la pirámide. Más concretamente, dicha altura a partir de las observaciones realizadas a las sombras proyectadas en diversas situaciones (p. 61). Otras aportaciones de los griegos fueron, por ejemplo, gracias a Aristarco, también mediante trigonometría, encontrar una relación de la distancia entre la Tierra y la Luna y entre la Tierra y el sol (triángulo rectángulo). Aunque hubo un error de apreciación, de su trabajo surgieron “las ideas básicas de trigonometría” (p. 51). También Eratóstenes, a través de ésta, se situó entre los primeros en calcular la extensión de la tierra. Son muchas las aportaciones que los griegos realizaron con trigonometría en estudios sobre astronomía, cálculo de distancias entre planetas y modelos geométricos que les permitiesen comprender, a través de mediciones, la realidad en la que se encontraban (p. 61).

Sucesivamente, se sigue ilustrando en el Trabajo de grado de Abonia y Miranda, ya en una época más cercana (siglo XV-XVI), los alemanes desarrollan algunos trabajos interesados por la navegación, el cálculo del calendario y, por supuesto, la astronomía, tema en auge por la teoría heliocéntrica (p. 64). Vieta llega a proporcionar el conjunto completo de fórmulas para obtener una medida en proporción con otras dos cualquiera (p. 66).

Por lo que se refiere a Dibujo Técnico en relación a la trigonometría, también en este trabajo de grado, se habla de cómo en la cultura egipcia se encuentran diversos papiros con 26 problemas de geometría cuyo objetivo es hacer mediciones para controlar el cálculo correcto de áreas de figuras planas y algunos volúmenes. Se observan también ejercicios relacionados con semejanzas de rectángulos, apoyados por triángulos y trapecios isósceles, calculando incluso volúmenes de cilindros y prismas (p. 42).

Habiendo hecho un brevísimo repaso por la historia de la trigonometría, interesa solo añadir en el marco teórico, con referencia a esto, las relaciones

más importantes a considerar sobre ésta para el cálculo de las sombras, aunque esto se verá también, más detalladamente, en la parte de metodología.

Como se afirma en el trabajo final de master de Dorronsoro Aguirrezabal (2019) (p. 39), existen diversas metodologías que permiten obtener el cálculo de altitudes. Una de las más sencillas es el uso de la trigonometría, la cual muestra la relación entre la elevación solar y la longitud de las sombras. Aunque dicho autor está interesado en el cálculo de la altura de un objeto, es obvio que si tenemos la altura del objeto y nuestra incógnita es la longitud de la sombra, igualmente esta relación de triángulos se puede utilizar.

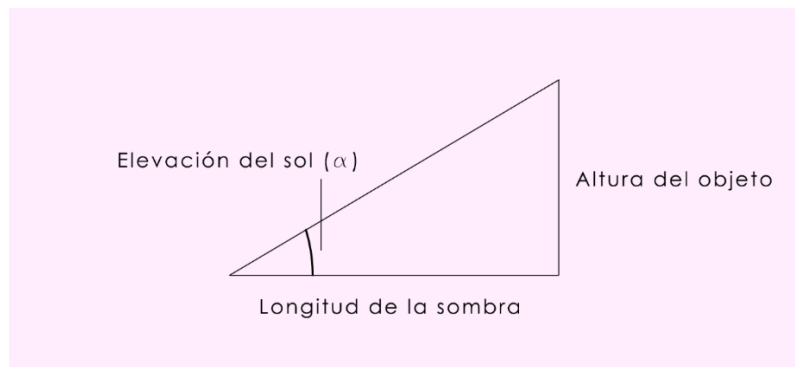


Figura 1. Relación trigonométrica entre la elevación del sol, la longitud de la sombra y la altura del objeto.

No conociendo la hipotenusa, habrá que utilizar los catetos y el ángulo conocido, por lo que la relación será (p. 39):

$$\tan \alpha = \frac{\textit{Altura del objeto}}{\textit{Longitud de la sombra}}$$

Por último, para concluir esta sección, se expone una referencia sobre el software que se querría utilizar como aplicación tecnológica, a partir de la empresa que lo ha diseñado. Autodesk (<https://www.autodesk.es/>) es una empresa líder mundial en tecnología de diseño y creación. Tiene una gran experiencia en arquitectura, ingeniería, construcción, diseño, fabricación y

entretenimiento. Sus programas ayudan a personas innovadoras de todo el mundo a enfrentarse a grandes desafíos actuales.

Autodesk Revit es un software desarrollado por Autodesk que se utiliza para el Modelado de información para la construcción (BIM, Building Information Modeling). Permite al usuario diseñar con elementos de modelación y dibujo paramétrico.

BIM es una tipología de dibujo asistido por ordenador que permite el diseño basado en elementos inteligentes y en tres dimensiones. De este modo, Revit provee una asociatividad completa de orden bi-direccional. Un cambio en algún lugar significa un cambio en todos los lugares, instantáneamente, sin la intervención del usuario para cambiar manualmente todas las vistas. (Recuperado el 10 de mayo de 2022 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Revit>)

El software de Autodesk Revit (<https://www.autodesk.es/products/revit/free-trial>) “ayuda a los equipos de arquitectura, ingeniería y construcción a crear edificios e infraestructuras de alta calidad. Permite modelar formas, estructuras y sistemas en 3D con exactitud paramétrica, precisión y facilidad”.

Aunque este software puede llegar a realizar composiciones y modelado de alta complejidad, también es posible utilizarlo para diseñar modelos simples utilizando las herramientas más básicas. Una de las ventajas que presentan los softwares de Autodesk es que se pueden obtener licencias completamente gratuitas en el sector educativo. Por esta razón se ha optado por Revit, de modo que los estudiantes puedan ver la proyección de las sombras sumergiéndose en la verdadera realidad de los arquitectos e ingenieros.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

- El objetivo de este TFM es, a través de un proyecto interdisciplinar, uniendo las asignaturas de matemáticas, dibujo técnico y tecnología/informática, devolver a los alumnos de 4º de la E.S.O. la motivación para aprender matemáticas, y en particular, la parte de trigonometría, mostrando algunas de las aplicaciones de ésta a la vida real y desde diferentes puntos de vista.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- OE1. Favorecer la relación entre el aprendizaje de las matemáticas del área de la trigonometría y la vida real.
- OE2. Favorecer la integración de diferentes asignaturas para un aprendizaje más completo evitando la fragmentación actual de la visión que hay sobre la realidad.
- OE3. Fomentar el razonamiento crítico y la búsqueda de un aprendizaje más significativo eliminando la modalidad de enseñanza basada solamente en la memorización.
- OE4. Fomentar la motivación en los estudiantes desarrollando una enseñanza más dinámica.

4. METODOLOGÍA

Este proyecto busca realizar una metodología que promueva un tipo de aprendizaje alternativo al tradicional, ya que se ha podido observar que actualmente hay una gran falta de motivación, debido al tipo de enseñanza en la que el estudiante es un sujeto pasivo que simplemente, recibe la información, la procesa e intenta reproducirla, tal y como la ha recibido.

Por ello, la propuesta persigue una metodología más activa, se pretende obtener un aprendizaje significativo a partir del Aprendizaje Basado en Proyectos y Resolución de problemas. En particular, se moverá dentro del bloque de geometría planteando una serie de actividades que permita incrementar el razonamiento científico de los estudiantes.

Otra diferencia en la metodología, con respecto a la enseñanza tradicional, es que se buscará en todas las actividades trabajar en un ambiente cooperativo y colaborativo, por lo que todas ellas se realizarán en pequeños grupos. Se implementarán diferentes metodologías de trabajo: construcción de maquetas, dibujo técnico, cálculo matemático, dibujo asistido por ordenador... permitiendo el trabajo en equipo y diversos métodos o puntos de vista para resolver un problema siguiendo diferentes vías.

Se pretende plantear un problema inicial y diferentes herramientas que permitan generar estrategias o recorridos alternativos para resolver dicho problema. De este modo, los estudiantes se verán más motivados al poder alternar en diferentes caminos, permitiendo a su vez que los compañeros que presenten más dificultad en una de las actividades puede sentirte apoyados por otros que sea más ágiles en ella, y quizás en la actividad sucesiva pueda encontrarse la situación opuesta. Esto también promoverá el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor, otra de las competencias clave que se deben tratar de desarrollar a lo largo del currículo de la E.S.O.

4.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

Como ya se avanzaba en la parte de justificación, el proyecto muestra una de las aplicaciones prácticas de la trigonometría en la vida real, el cálculo de las sombras que producen los edificios. Aunque la primera aplicación es desde un punto de vista clásico, o sea, utilizando las fórmulas de la trigonometría necesarias para dichos cálculos, se pretende también realizar el cálculo utilizando otros métodos como son mediante el dibujo técnico (diseño en 2D y 3D), a través de maquetas (tecnología) y mediante dibujo asistido por ordenador (informática/TIC). Este proyecto está orientado para estudiantes de 4º de la E.S.O., por lo que en realidad, aún no tendrán la asignatura de dibujo técnico, sin embargo, éste puede presentarse también como un punto de iniciación que les ayude a empezar a apreciarlo y hacer que de forma indirecta les comience a atraer la asignatura al ver su utilidad. Como se comentaba en la parte del marco teórico, no es preciso enseñar siempre a los estudiantes, limitándose a las necesidades futuras del mundo laboral, sino que en muchas ocasiones simplemente se les debe enseñar para permitir el fomento de su capacidad creativa y/o su capacidad crítica.

En todas y cada una de las competencias clave, que se encuentran dentro del currículo que deben seguir los estudiantes, se hace referencia a la necesidad de desarrollar el espíritu o pensamiento crítico (Tema 3, Didáctica de las matemáticas). En la competencia de comunicación lingüística se habla del desarrollo del espíritu crítico (p. 3), en la competencia básica en ciencia y tecnología sobre desarrollar juicios críticos sobre hechos científicos y tecnológicos (p. 5), en la competencia digital el uso crítico de la tecnología (p. 7), etc. Pues bien, en este proyecto se persigue alcanzar dicho “desarrollo”. Por ello, se mostrará el uso de “fórmulas” para el cálculo de algo real, utilizando paralelamente un programa que si bien podría utilizarse, simplemente, para mostrar un proyecto más bonito y aportarle cierta profundidad (ayudar a visualizar mejor el 3D), además permite comprobar que los cálculos matemáticos realizados son correctos, o por el contrario, mostrar que son erróneos.

La metodología de este proyecto se basa sobre una concepción constructivista, esto significa la existencia de una relación estrecha entre las matemáticas y sus aplicaciones a lo largo del currículo. Su característica principal es fomentar la reflexión a partir de la experiencia, por ello, el contexto y el contenido forman parte en la construcción del conocimiento. Se considera que los alumnos deben ser capaces de ver como cada parte de las matemáticas satisfacen a una cierta necesidad, deben comprender que las matemáticas son un medio, nunca un fin. La realización de actividades, que son útiles en el mundo real, permite ayudar a la construcción de conocimiento. Al final las matemáticas se deben presentar como una respuesta natural que genera la mente a los problemas que aparecen en el entorno físico, biológico y social humano. Además, las TIC se convierten en herramientas que refuerzan el compromiso del alumno, la colaboración, la intervención, la conexión con el mundo real... permitiendo al estudiante tomar una conciencia más plena de su propio aprendizaje (Apuntes del Tema 2 y 3 de Procesos de Enseñanza y Aprendizaje, 2021/2022).

El proyecto se puede considerar, dentro de las metodologías de Enseñanza-Aprendizaje, como una mezcla entre un Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y el método de Resolución de problemas. Por lo que se refiere al ABP, se plantea un proyecto basado en un conjunto de edificaciones simples (prismas) que se pretende que los estudiantes resuelvan para comprender como quedarían proyectadas sus sombras. Este tipo de problemas pueden ser interesantes de resolver por un arquitecto para poder comprender como proyectar interiormente la distribución de las estancias, deduciendo como es más interesante proponer la zona día y la zona noche. Comúnmente se sabe en arquitectura que la orientación sur es la más interesante para las salas en las que se desea tener iluminación solar directa durante todo el día. Sin embargo, si damos esta información a un joven, ¿Cuánto durará en su memoria? ¿Y si en vez de esto, se utilizan diferentes técnicas para mostrarles donde estará la sombra durante momentos diversos del día? Conseguiremos así un aprendizaje significativo. Además, si utilizamos un programa de diseño asistido por ordenador como Revit, aprenderán a diseñar edificaciones simples, y a proyectar las sombras. Esto permite suponer un conjunto de acciones simultáneas como

son: introducción al dibujo asistido por ordenador, iniciación en la percepción del 3D, ingreso al mundo de las vistas y las perspectivas y, por ende, a un área importante del dibujo técnico y primeras nociones de arquitectura, algo que es apreciado por una gran cantidad de personas. Además, buscando también integrar la asignatura de tecnología, se realizarán maquetas de los mismos edificios y se utilizarán también diferentes iluminaciones o posiciones para comprobar desde una cuarta vía como se proyectan las sombras.

Por lo que se refiere a la Resolución de problemas, en este proyecto también podemos encontrar las 4 fases que caracterizan a esta metodología: 1. Comprender el problema (como calcular las sombras); 2. Concebir un plan (utilizar las herramientas precedentemente numeradas para calcularlas); 3. Ejecutarlo; 4. Examinar la solución obtenida (los estudiantes podrán comparar los resultados que han obtenido entre ellos). Así el estudiante podrá buscar el modo de resolver el problema (guiado por el profesor), podrá intentar probar que su solución es correcta (apoyándose en alguno de los otros métodos), intercambiar sus ideas con otros (que habrán probado otros métodos) y como último paso, concluir que ideas son las correctas y sobre todo más útiles (Apuntes del Tema 3 de Procesos de Enseñanza y Aprendizaje, 2021/2022).

El proyecto se realizará efectuando las diferentes actividades en paralelo. Se establecerá una organización de la clase por áreas de trabajo, fomentando así un aprendizaje activo y variado. Como se explicaba en la asignatura de Procesos y Contextos Educativos, este tipo de diseño promueve un modelo educativo flexible, activo, individualizado y participativo (Apuntes de la asignatura, Tema 5, 2021/2022), coherente por lo tanto con los objetivos perseguidos.

La clase se dividirá en 4 áreas, donde los estudiantes irán trabajando en pequeños grupos de 4 personas (2 grupos por área), a excepción del área informática, donde los estudiantes se colocarán en modo que compartan un ordenador para cada dos. La organización de este proyecto está planteada para una clase de aproximadamente 30-32 estudiantes. Los estudiantes irán rotando en las diferentes áreas, para poder resolver el problema, afrontándolo según

cada una de éstas (figura 1). Además, realizándolo de este modo, el coste necesario para la adquisición de materiales por parte del instituto será bastante reducido, siendo accesible para cualquier instituto.

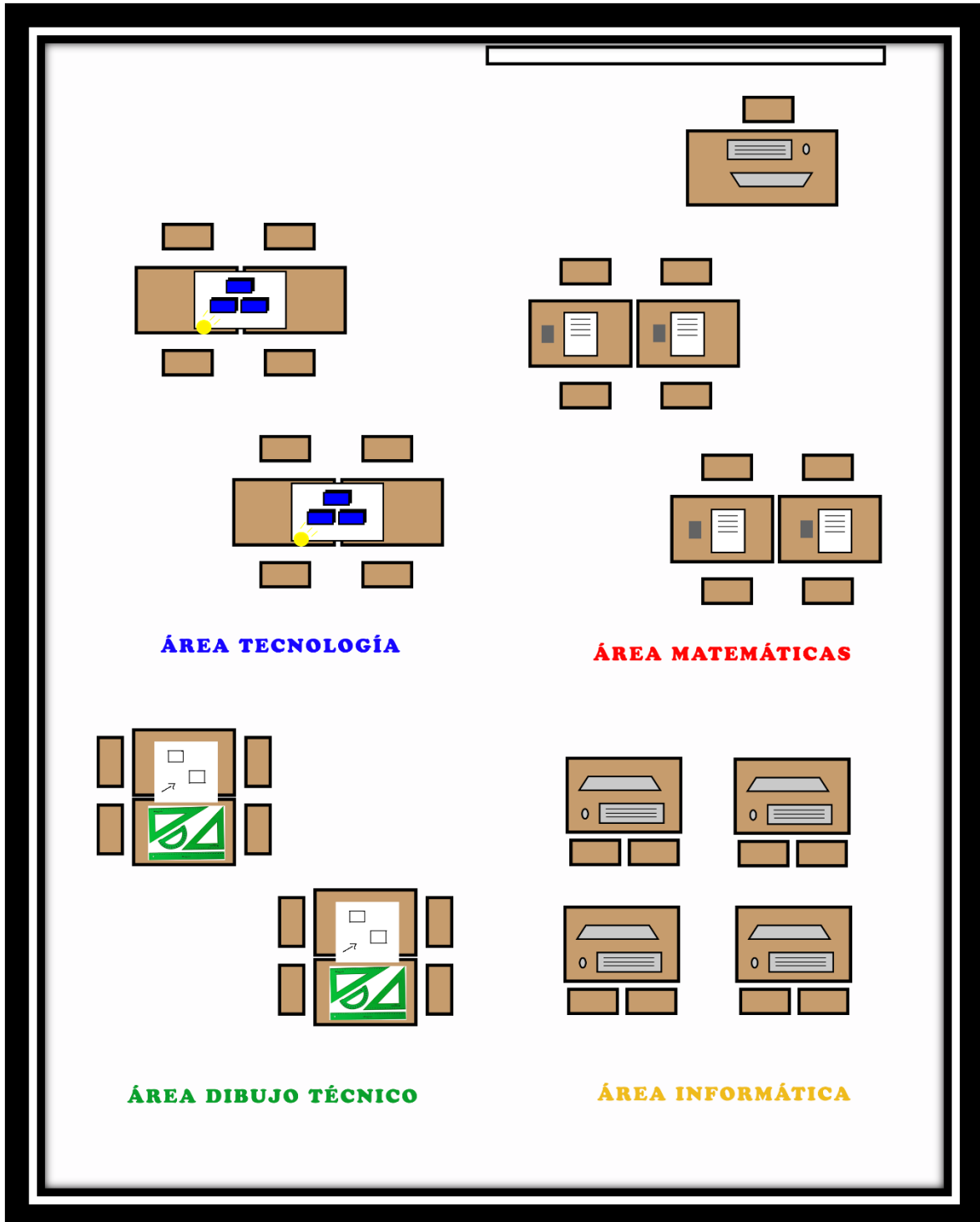


Figura 1. Distribución del aula por áreas de trabajo

4.2 CONTENIDOS

El proyecto se concentra en el desarrollo práctico de la mayor parte del Bloque de Geometría de 4º de la E.S.O. En el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se pueden encontrar, dentro del Bloque de Geometría, los contenidos básicos que deben ser explicados en 4º de la E.S.O.:

1. Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes.
2. Razones trigonométricas. Relaciones entre ellas. Relaciones métricas en los triángulos.
3. Aplicación de los conocimientos geométricos a la resolución de problemas métricos en el mundo físico: medida de longitudes, áreas y volúmenes.
4. Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo, perpendicularidad.
5. Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
6. Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.

Véase la aplicación de cada uno de los puntos (tabla 1):

CONTENIDO CURRICULAR	APLICACIÓN AL PROYECTO
1. Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes.	Para el cálculo de las sombras es necesario la consideración de dos tipos de ángulos: azimut (horizontal) y elevación (vertical)
2. Razones trigonométricas	Para el cálculo de la longitud de las sombras es necesario utilizar la fórmula de la tangente
3. Aplicación de los conocimientos geométricos a la resolución de problemas métricos en el mundo físico	Este proyecto supone justo la aplicación de conocimientos geométricos para la resolución de problemas.

4. Iniciación a la geometría analítica en el plano	Conceptos como las coordenadas o el uso de líneas paralelas permiten, por un lado, comprender la situación exacta del edificio y, en el caso de las líneas paralelas, considerando la dirección del acimut, diseñar la dirección de las sombras.
5. Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes	El teorema de Thales así como el cálculo de áreas se utilizará en algunas de las actividades
6. Aplicaciones informáticas de geometría	Mediante el uso del software de Revit se realizará el cálculo de las sombras de los edificios

Tabla 1. Relación entre el contenido curricular y la aplicación en el proyecto

4.3 ACTIVIDADES

El proyecto está compuesto por cuatro actividades que persiguen resolver un problema desde 4 puntos de vista diferentes.

ACTIVIDAD 1:

La actividad 1 será la que se realizará en el “área matemáticas”. Los estudiantes utilizarán el teorema de Thales y las razones trigonométricas para calcular las sombras que proyectan algunos edificios en el suelo o sobre los otros. También se realizarán otros cálculos de interés, como el cálculo del área de las sombras proyectadas, o teniendo la longitud de una sombra como se deduciría la altura del edificio.

Para calcular las sombras es necesario, tener en cuenta el acimut y la elevación. El acimut es el ángulo en el plano horizontal que se forma entre el edificio y la dirección sur. La elevación, por el contrario es el ángulo que se forma en el plano vertical. Para calcular, por lo tanto, el acimut solo será necesario dibujar en planta la colocación de los edificios que producen la sombra, diseñar

las líneas de unión entre los vértices de los edificios y el punto donde se quiere calcular la sombra y medir los ángulos. Luego habrá que aplicar el criterio de signos para saber si el acimut es positivo o negativo.

Por otra parte, se utilizará la elevación, que la decidirán los alumnos dependiendo de la hora del día en la que se quiere calcular las sombras. A partir de ésta, será posible calcular hasta donde llega la sombra, o sea, la longitud de la proyección de la sombra utilizando la fórmula de la tangente que se ha comentado precedentemente.

Realizados dichos cálculos, se les pedirá a los alumnos que utilicen el Teorema de Thales para saber cuál sería la posición máxima (x) en la que debería ponerse una persona de 1,80 metros de altura, para estar completamente a la sombra (figura 2). De ese modo será posible saber cuál será la zona de confort (a la sombra) en verano cubierta por el edificio. Este dato es de gran interés en una ciudad como Murcia.

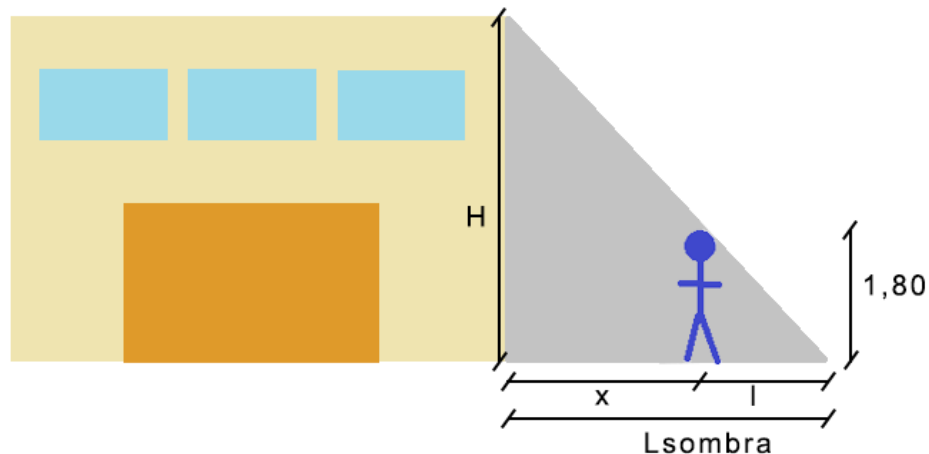


Figura 2. Elementos para utilizar el teorema de Thales.

ACTIVIDAD 2:

La actividad 2 será desarrollada en el “área tecnología”. Esta consistirá en la construcción de una maqueta con algunos prismas con cartulinas de diferentes alturas y formas (figura 3). Sucesivamente se utilizarán diversas fuentes de luz para ver la proyección que generan éstas sobre los edificios. Así se podrá ver que si por ejemplo la maqueta se pone bajo la luz del sol, esta al ser una fuente

de luz “grande”, los “edificios” generarán sombras con los bordes que corresponden a las paredes verticales paralelos. Sin embargo si utilizamos una linterna, cuya proyección de luz es concentrada, o sea, tiene un diámetro pequeño, las sombras formarán un trapecio, ya que los bordes de las paredes verticales proyectados no serán paralelos.

Por otra parte, también podrá observarse que dependiendo de la posición del sol cuando se realice la actividad influirá en la dimensión de la sombra, siendo más alargada si es al inicio de la mañana y mucho más corta o prácticamente inexistente si se aproxima a la hora del mediodía solar. Estas posiciones también se pueden simular utilizando linternas de gran diámetro con respecto a la dimensión de la maqueta.

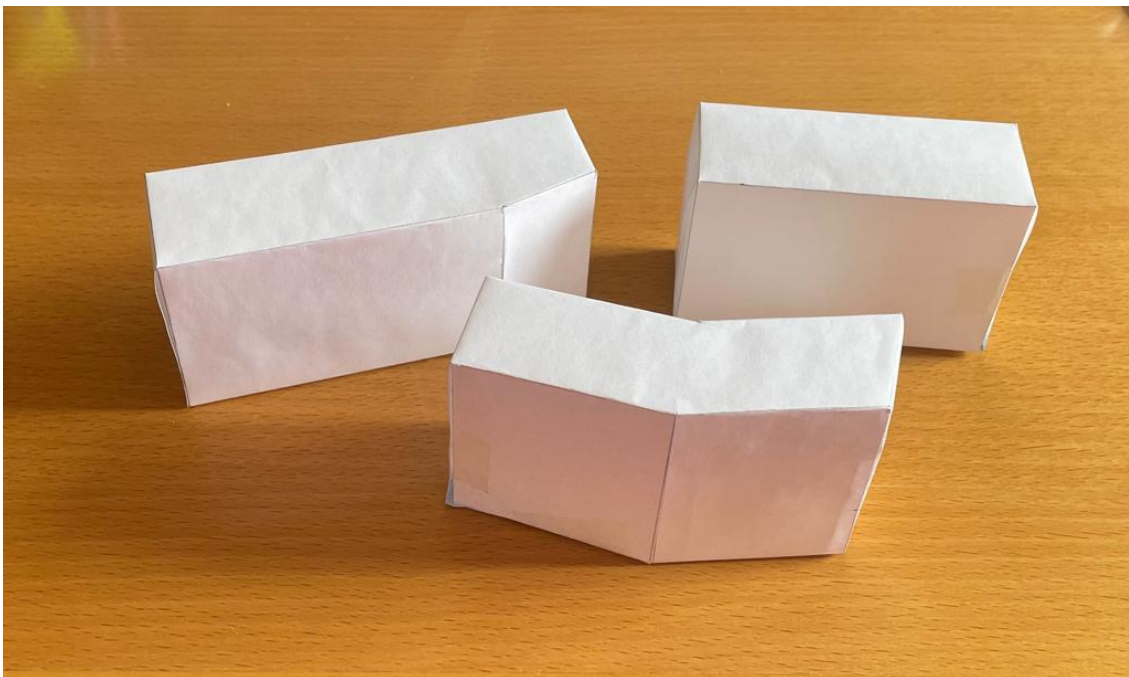


Figura 3. Ejemplo de maqueta que permite la simulación de los edificios y la proyección de las sombras al exponerlas a la luz solar.

ACTIVIDAD 3:

La actividad 3 se conformará en el “área de Dibujo técnico”. Los estudiantes siguiendo algunas directrices marcadas por el profesor, diseñarán en 2D y en 3D como los edificios proyectan las sombras sobre el pavimento o sobre otros edificios adyacentes (Figura 4).

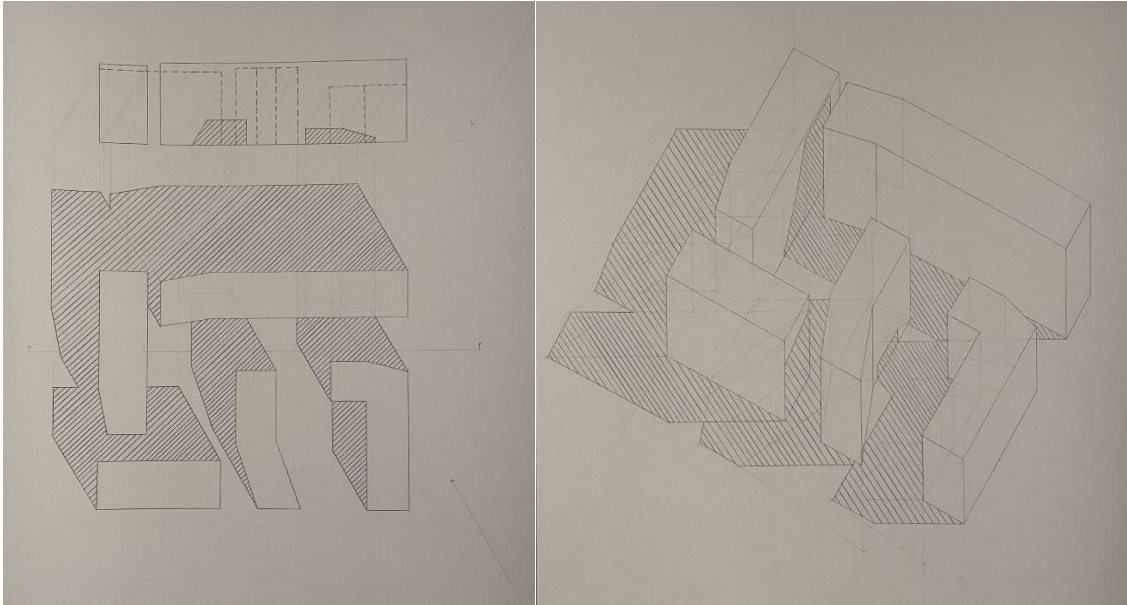


Figura 4. Cálculo gráfico de la proyección de las sombras de algunos volúmenes simulando edificios. A la izquierda en 2D y a la derecha en 3D.

ACTIVIDAD 4:

La actividad 4 será aquella realizada en el “área Informática”. Para ello, como se ha comentado precedentemente, se utilizará el software de Autodesk Revit. Los alumnos diseñarán, de una forma simplificada, los edificios realizando prismas con la herramienta “muro” dentro del grupo “Arquitectura” (figura 5). Sucesivamente, para cerrar el volumen superiormente se utilizará la herramienta “cubierta” (figura 6). Finalmente, utilizarán la herramienta que permite proyectar las sombras, en la que es posible decidir si se quiere proyectar la sombra decidiendo un acimut y una elevación o elegir la ubicación del proyecto y hora del día (figura 7).

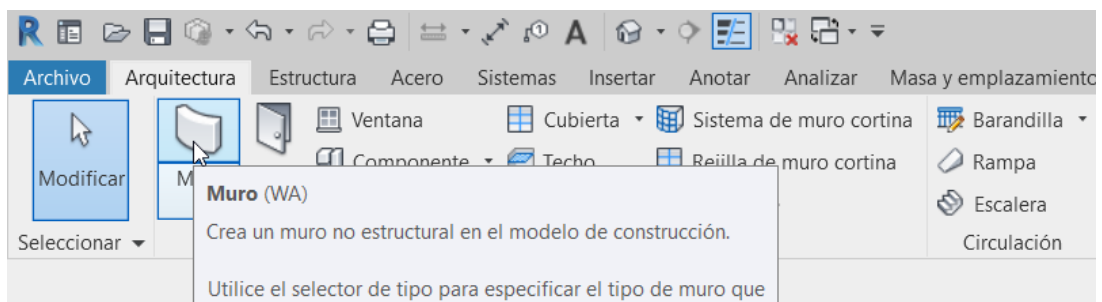


Figura 5. Screenshot del software Revit, donde se muestra la herramienta “Muro”.

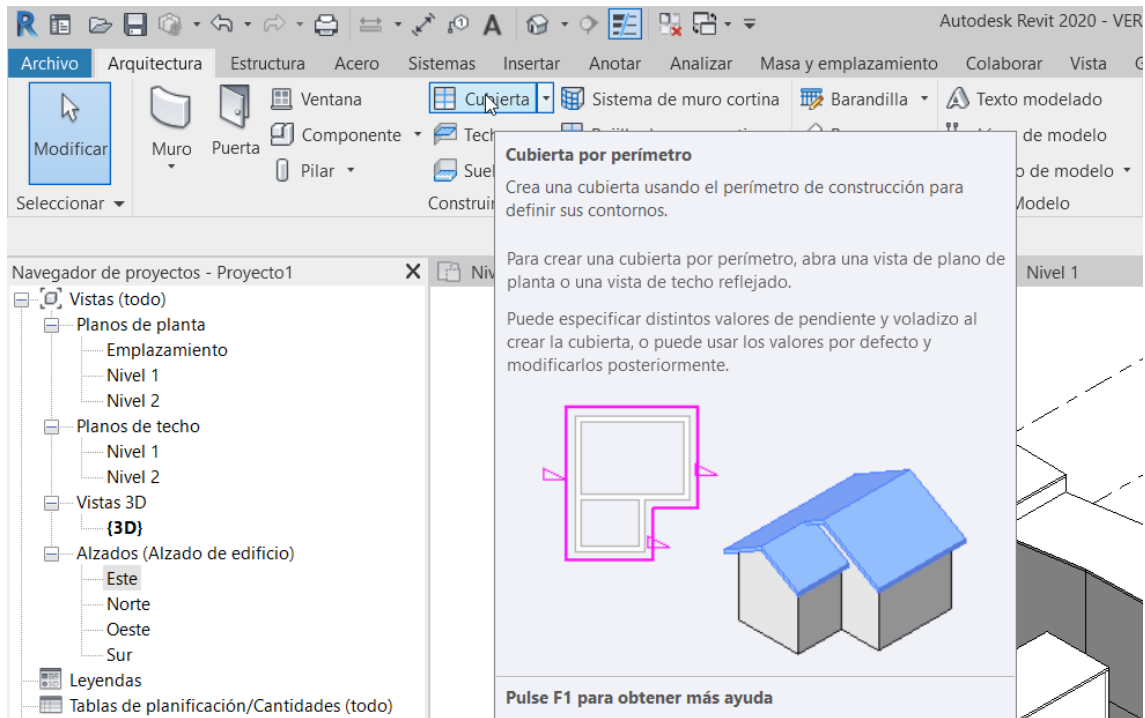


Figura 6. Screenshot del software Revit, donde se muestra la herramienta “Cubierta”.

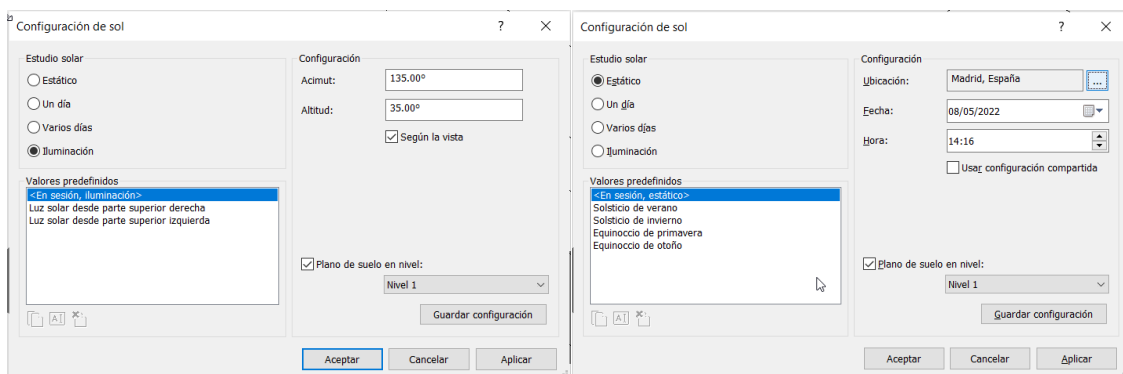


Figura 7. Screenshot del software Revit, en la selección de la “Configuración de la posición del sol” para el cálculo de las sombras, mostrando las dos posibilidades más frecuentes.

Siguiendo esos sencillos pasos, es posible obtener una “maqueta virtual” de los edificios y sus sombras proyectadas (figura 8).

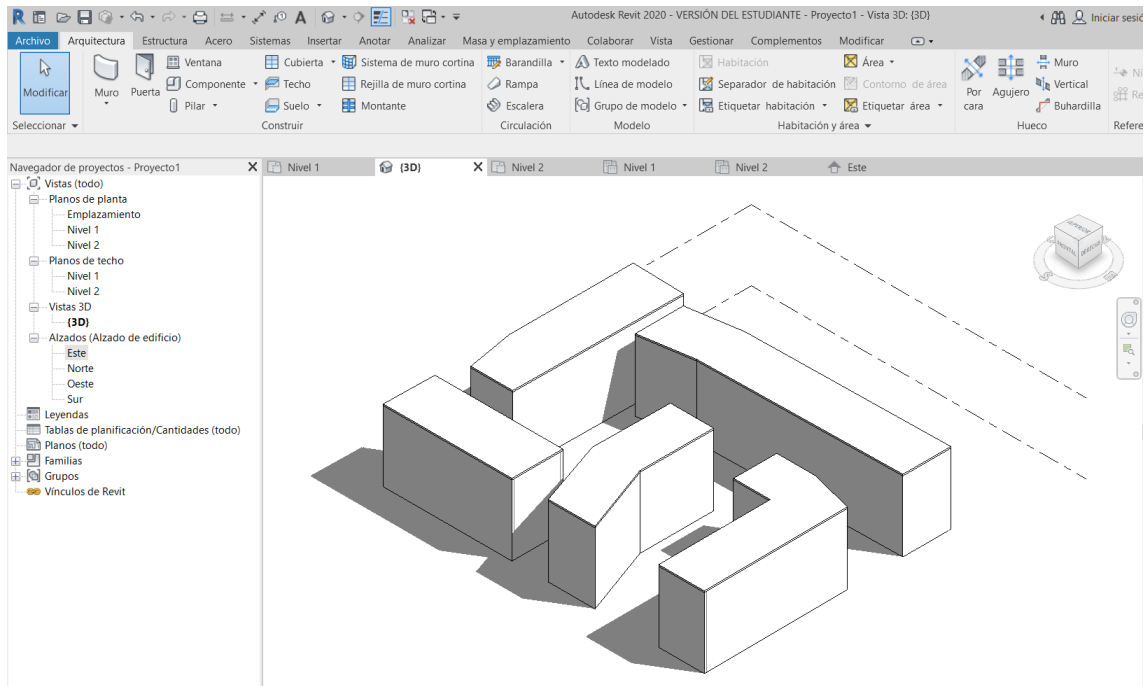


Figura 8. Screenshot del software Revit, mostrando un posible resultado de la proyección de los volúmenes y sus sombras.

En la actividad 1, también se pueden realizar otras actividades complementarias, que muestran como la trigonometría y el uso de las sombras, también permiten demostrar que la tierra es redonda o calcular la dimensión de la tierra.

La relación entre las actividades y los objetivos específicos se puede ver en la tabla 2.

Actividad \ Objetivo	OE 1	OE 2	OE 3	OE 4
AI.1 Cálculo de las sombras utilizando trigonometría	x	x	x	x
AI.2 Construcción de maquetas y proyección de diferentes luces		x	x	x
AI.3 Diseño en 2D y 3D de diversos volúmenes y cálculo de la proyección de sus sombras		x	x	x
AI.4 Uso del software Revit para proyectar los edificios y sus sombras		x	x	x

Tabla 2. Relación entre las actividades y los objetivos perseguidos en el proyecto

4.4 RECURSOS

Para realizar las actividades numeradas en el apartado anterior serán necesarios los siguientes recursos:

- Un ordenador y una pizarra digital, disponibles ya en el aula, para la explicación de la parte teórica, así como para poder mostrar a los estudiantes cada una de las actividades proyectando la presentación en la pizarra.
- Libreta, bolígrafo, lápiz, goma y calculadora, para los cálculos con trigonometría.
- Un ChromeBook con el software de Revit instalado, para cada dos estudiantes, del área de informática, para que puedan realizar el diseño de los edificios y la proyección de las sombras.
- Cartulinas, reglas, lápices, goma, tijeras y pegamento, para poder realizar las maquetas de forma sencilla. También linternas para simular puntos de luz.
- Folios, lápices, goma, escuadra, cartabón y transportador de ángulos, para el diseño a mano.

4.5 TEMPORALIZACIÓN

Como se ha argumentado hasta ahora, las asignaturas que se tratan en este proyecto interdisciplinar son: matemáticas, dibujo técnico (que en 4º de la E.S.O. quedaría englobado dentro de Educación plástica), informática (TIC) y tecnología. Las matemáticas es una asignatura obligatoria para todos los estudiantes y que cuenta con 4 horas semanales. Las demás asignaturas son específicas y cuentan con un periodo lectivo semanal de 3 horas, realizándose en contemporáneo, ya que sólo puede elegirse una de ellas. Por ello, se involucrará a los profesores de estas otras asignaturas: TIC, Educación plástica y cultura científica.

La idea es que el desarrollo del proyecto, se efectúe en paralelo a la continuación de las clases teóricas tanto de matemáticas como de la asignatura específica. Por ello, en la primera semana se dejarán de las dos asignaturas, la mitad de las horas lectivas para la continuación con la didáctica del contenido

teórico. En las dos siguientes semanas, se realizará lo mismo por lo que respecta a matemáticas, mientras que de la asignatura específica se utilizarán 2 para el proyecto y una para el desarrollo tradicional (Tabla 3, 4 y 5).

FASES	DURACIÓN
Fase 1: Preparación	1 semana 3 horas
Fase 2: Desarrollo	1 semana 4 horas
Fase 3: Exposición y conclusión	1 semana 4 horas

Tabla 3. Relación entre las fases del proyecto y su duración

FASE	DISTRIBUCIÓN HORAS		ACTIVIDADES	
FASE 1	1 ^o SEMANA	2 horas de matemáticas	1.1	1h trigonometría aplicada al proyecto
		1 hora asign. específica	1.2	1h Revit (explicación teórica)
FASE 2	2 ^o SEMANA	2 horas de matemáticas	1.3	1h planteamientos referidos a los tipos de luz y sus posiciones
		2 horas asign. específica	2.1 2.2 2.3 2.4	Desarrollo del proyecto por áreas en rotación: - Área matemáticas - Área Tecnología - Área Dibujo Técnico - Área Informática
FASE 3	3 ^o SEMANA	2 horas de matemáticas	3.1	Exposición del proyecto por parte de los estudiantes tanto al profesor como a sus compañeros y evaluación
		2 horas asign. específica		

Tabla 4. Relación entre las fases del proyecto, la distribución de las horas y las actividades.

Sesión	Actividad	Duración	Recursos	Objetivos			
1	1.1	1h	Ordenador y Pizarra digital	x		x	
2	1.2	1h	Ordenador y Pizarra digital		x	x	
3	1.3	1h	Ordenador y Pizarra digital		x	x	
4-7	2.1	4h	Folios, bolígrafo, lápiz, goma y calculadora	x	x	x	x
	2.2		Cartulinas, pegamento, tijeras, lápiz, reglas y linterna		x	x	x
	2.3		Papel, escuadra, cartabón, lápiz y goma		x	x	x
	2.4		Chromebooks		x	x	x
8-11	3.1	4h	Chromebooks, pizarra digital y cuestionarios	x	x	x	x

Tabla 5. Relación entre las sesiones, las actividades, su duración, los recursos y los objetivos.

5. EVALUACIÓN

La finalidad de la evaluación es constatar si se han conseguido los objetivos del proyecto. Para realizar dicha evaluación de la forma más completa posible se alternarán 3 actividades evaluativas (tabla 6).

Actividad \ Objetivo	OE 1	OE 2	OE 3	OE 4
Actividad evaluativa 1: Corrección de las entregas y las exposiciones de los alumnos para valorar el grado de conocimientos adquiridos (rúbrica)	x	x	x	
Actividad evaluativa 2: Evaluación de los alumnos sobre los proyectos de sus compañeros (cuestionario)			x	x
Actividad evaluativa 3: Cuestionario de los alumnos al inicio y al final para valorar la metodología aplicada	x	x	x	x

Tabla 6. Relación entre las actividades evaluativas y los objetivos

Actividad evaluativa 1:

La actividad evaluativa 1 corresponde a una rúbrica que permitirá valorar la corrección de las entregas y las exposiciones realizadas por los alumnos, para comprender el grado de conocimiento adquirido por éstos.

Objetivo 1	Favorecer la relación entre el aprendizaje de las matemáticas del área de la trigonometría y la vida real			
Criterio	Excelente	Bien	Regular	Mal
Potenciación de la comprensión para la aplicación práctica de la trigonometría	El alumno ha adquirido un aprendizaje significativo sobre el uso de la trigonometría para diversas aplicaciones en la vida real y gracias a ello es capaz de deducir otros.	El alumno ha comprendido como la trigonometría permite resolver casos prácticos de la vida real	El alumno ha visto una sola aplicación práctica sin entender como trasladarlo a otros casos	El alumno no ha comprendido para que se puede utilizar la trigonometría en la vida real

Objetivo 2	Favorecer la integración de diferentes asignaturas para un aprendizaje más completo evitando la fragmentación actual de la visión que hay sobre la realidad.			
Criterio	Excelente	Bien	Regular	Mal
Comprensión de los diferentes puntos de vista y su relación para resolver el mismo problema	Los alumnos ha comprendido completamente cada una de las formas en las que se puede resolver el cálculo de las sombras y han verificado las similitudes entre las diferentes tareas, realizado un aprendizaje significativo	Los alumnos han sabido desarrollar cada una de las tareas encontrando alguna similitud	Los alumnos han desarrollado las tareas independientemente sin buscar relación	Los alumnos no han entendido la relación entre las diferentes actividades
Objetivo 3	Fomentar el razonamiento crítico y la búsqueda de un aprendizaje más significativo eliminando la modalidad de enseñanza basada solamente en la memorización.			
Criterio	Excelente	Bien	Regular	Mal
Desarrollo de la actividad a partir de un análisis sobre el resultado a alcanzar	La actividad se ha realizado a partir de un razonamiento derivado de un análisis y no solo aplicando fórmulas.	El alumno ha comprendido la relación entre las fórmulas y su objetivo	El alumno ha realizado el cálculo buscando solo aplicar fórmulas	El alumno no ha comprendido la aplicación práctica de la trigonometría
Objetivo 4	Fomentar la motivación en los estudiantes desarrollando una enseñanza más dinámica.			
Criterio	Excelente	Bien	Regular	Mal
Interés de los estudiantes por la actividad	Los alumnos muestran un grado alto de interés, buscando además realizar la actividad en completa autonomía	Los alumnos muestran bastante interés en la actividad, aunque en algunos momentos se han distraído ligeramente.	Los alumnos han mostrado un ligero interés en la actividad, pero se distraen constantemente	No han mostrado ningún tipo de interés

Los alumnos se muestran colaborativos	Los alumnos han realizado las actividades en grupo, pensando a su vez en el paralelismo con las otras actividades.	Los alumnos han realizado sus cálculos en grupo y de forma dinámica	Los alumnos solo interactúan si tienen alguna duda	Los alumnos no interactúan entre ellos, centrándose en su trabajo de manera individual
---------------------------------------	--	---	--	--

Tabla 7. Rúbrica para la evaluación del proyecto por objetivos.

Actividad evaluativa 2:

La actividad evaluativa 2 consiste en la coevaluación, realizando los alumnos la valoración de los proyectos de sus compañeros a través de un cuestionario (tabla 8).

Cuestionario de evaluación del proyecto de los compañeros 1: No. 2: Más o menos. 3: Si.	1	2	3
1. Han desarrollado todas las actividades			
2. Los resultados en cada actividad son correctos			
3. Se ha observado un trabajo en cooperación			
4. Han realizado una exposición clara			
5. Muestran haber comprendido los conceptos de cada actividad			

Tabla 8. Cuestionario de valoración para los estudiantes

Actividad evaluativa 3:

La tercera actividad corresponde a un cuestionario a los alumnos al inicio y al final para valorar la metodología aplicada por el profesor.

Cuestionario inicial (después de la presentación de las actividades)		1	2	3
		1: No. 2: Más o menos. 3: Si.		
1.	¿Crees que el contenido es adecuado?			
2.	¿Crees que el nivel de las actividades es acorde a tu nivel de conocimiento?			

3.	¿Crees que el tiempo será suficiente?			
4.	¿Crees que las actividades son interesantes?			

Cuestionario final		1: No. 2: Más o menos. 3: Si.		
		1	2	3
1.	¿Crees que el contenido ha sido adecuado?			
2.	¿Crees que el nivel de las actividades ha sido acorde a tu nivel de conocimiento?			
3.	¿Se ha dedicado el tiempo suficiente para cada actividad?			
4.	¿Las actividades han sido interesantes y motivadoras?			
5.	¿Te sientes satisfecho con los resultados obtenidos por tu grupo?			
6.	¿Las actividades han fomentado el trabajo de grupo?			
7.	¿Crees que el profesor os ha guiado adecuadamente?			
8.	¿El profesor se ha mostrado disponible para ayudar cuando lo habéis necesitado?			

6. REFLEXIÓN Y VALORACIÓN FINAL

Este proyecto se ha basado en dos aspectos claves que se considera fundamental revisar en la práctica académica, la motivación y la interdisciplinariedad. La falta de motivación o interés en la asignatura de matemáticas es un tema bastante recurrente, sin embargo, a día de hoy se puede decir que sigue siendo un problema. También la falta de interdisciplinariedad a la hora de desarrollar las clases es un problema notable en la enseñanza actual, algo que además puede influir, a su vez, en la falta de motivación. Por esta razón se considera que este proyecto puede tener éxito para ayudar a los jóvenes a motivarse y a los profesores a unir conceptos para hacer las clases más interesantes y llevaderas.

Una de las limitaciones que puede presentar el proyecto es la actual tendencia a la individualidad en los profesores, pero en mi opinión, éste es justo uno de los puntos que se debe trabajar a nivel escuela para cambiarlo y adaptarnos así a la educación del futuro, más integrada. Otra limitación que podría tener el proyecto es el cambio en el método de trabajo. Los estudiantes actualmente están acostumbrados a trabajar de manera autónoma, en mesas individuales, mirando hacia delante y siguiendo “clases magistrales”. El cambio en la disposición del aula, el trabajando en grupo y el otorgarles tanta libertad, puede percibirse como un momento de “recreo” y que sea difícil tenerlos concentrados en las tareas. Habría que considerar si es un cambio demasiado brusco o son capaces de trabajar de esta manera.

Por lo que se refiere a las posibilidades de llevarlo a cabo, creo que, en mi opinión, no debería presentar ningún problema, ya que se ha organizado utilizando recursos fácilmente adquiribles, en un periodo de tiempo relativamente corto, para no influir negativamente a la hora de desarrollar el resto del currículo, y compartiéndolo con otras asignaturas, hecho que puede ser positivo para la compartición de objetivos/contenidos así como para fomentar no solo la colaboración entre alumnos sino también entre profesores mejorando la convivencia en general del centro.

La elaboración de este proyecto, me ha permitido fomentar mi creatividad y profundizar, a través de la investigación, sobre algunos de los temas que he querido afrontar en éste. Comprender mejor porque algunos estudiantes tienen “miedo” a las matemáticas. Buscar otros proyectos de interdisciplinaridad y razonar sobre cómo éstos han favorecido en los métodos de aprendizaje. Analizar la evolución de la trigonometría para entender el modo de mostrarla de una forma más interesante a los estudiantes. Considerar diferentes actividades que permitan motivar a los estudiantes y hacerles aprender de una forma más integrada. La búsqueda de actividades que además fomenten el espíritu crítico y la iniciativa. Sin dudas son varios argumentos que me han enriquecido a nivel profesional.

Por otra parte, si se plantea cual es el carácter innovador de proyecto, se puede decir que es el haber juntado varias problemáticas o necesidades (desmotivación, odio por las matemáticas, falta de interés por el dibujo técnico, monodisciplinaridad) y haber unido a su vez diversos planteamientos (motivación, interdisciplinaridad, pensamiento crítico, ABP) en un único proyecto para presentar una solución.

Creo que siempre que se plantea un proyecto y se desarrolla adecuadamente, con bases bien argumentadas, esto permite adquirir nuevo conocimiento. Este nuevo conocimiento, además de poder compartirlo con los estudiantes, nos aporta la posibilidad de difundir las nuevas ideas para así también ayudar a nuestros compañeros de profesión.

Por último, explicar que aunque este proyecto solo se ha aplicado al cálculo de las sombras en la arquitectura, son muchas las aplicaciones que tiene la trigonometría en la arquitectura, por lo que el proyecto se podría extender a muchas más aplicaciones. Esto también se puede considerar con respecto a las posibilidades de unión entre las matemáticas, el dibujo técnico y las aplicaciones en diferentes programas informáticos, sobre todo, aplicados al diseño. Por supuesto también son cientos los problemas relacionados con la tecnología, es muy importante fomentar la interdisciplinaridad en la escuela para preparar a los trabajadores del futuro.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abonia Velasco, L.F., Miranda Rosero, W.S. (2017). *Un acercamiento histórico a las razones trigonométricas seno y coseno para la implementación de una actividad en el aula*. [Trabajo de grado para optar el título de Licenciados en Matemáticas y Física. Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle, Colombia].
- Álvarez Jiménez, J.M. (2010). Características del desarrollo psicológico de los adolescentes. *Revista Innovación y experiencias educativas*. Nº 28 de marzo 2010. ISSN 1988-6047
- AprendemosJuntos. (11 diciembre 2019). V. Completa. La educación no debería ser rutinaria ni competitiva. Alex Beard, educador y escritor. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=jKS8d_i4qsg
- Aprendizaje y desarrollo de la personalidad* (Apuntes), Máster Universitario en Formación del Profesorado de ESO y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Universidad Católica San Antonio de Murcia, (2021/2022). Tema 1 y 3.
- Casado Martínez, R. (2011). *La sombra: forma del espacio arquitectónico*. Sevilla: Universidad de Sevilla. Colección Kora.
- Didáctica de las matemáticas* (Apuntes), Máster Universitario en Formación del Profesorado de ESO y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Universidad Católica San Antonio de Murcia, (2021/2022).
- Dorronsoro Aguirrezabal, I. (2019). *Metodología para el cálculo de las altitudes de los edificios en zonas urbanas mediante sus sombras*. [Trabajo Final de Máster en Sistemas de información geográfica y teledetección. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos, Universidad Pública de Navarra].
- Esteban, P., Restrepo, J., Trefftz, H., Jaramillo, J.E. y Álvarez, N. (2012). La realidad aumentada: un espacio para la comprensión de conceptos del cálculo en varias variables [en línea]. En: *XVI Simposio Iberoamericano de enseñanza Matemática "Matemáticas para el Siglo XXI"* (15-17/09/2004), Castellón (España): Universidad Jaime I.

- Fernández-Ríos, L. (2010). Interdisciplinariedad en la construcción del conocimiento: ¿Más allá de Bolonia? *Innovación educativa*, 20, pp. 157-166.
- Gamboa, R. y Moreira-Mora, T. E. (2016). Un modelo explicativo de las creencias y actitudes hacia las Matemáticas: Un análisis basado en modelos de ecuaciones estructurales. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, pp. 27 – 51.
- Gilbert González, L.M. y González Meca, S. (2015). Propuesta metodológica en el bachillerato. Incorporación de nuevas tecnologías y un acercamiento a la multidisciplinaridad. *Revista De Ciencias De La Comunicación E Información*, 20, pp. 55-71. DOI: <https://doi.org/10.35742/revistacccomunicacioneinformacion.2015.20.55-71>
- Hidalgo Alonso, S., Maroto Sáez, A., Palacios Picos, A. (2004) ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, núm. 334, pp. 75-95.
- Parra, S., Allan, C. y Martins, A. (2019). Una experiencia interdisciplinaria con el uso de diseño en 3D y Realidad Aumentada. In *XIV Congreso Nacional de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología (TE&ET 2019)*, Universidad Nacional de San Luis. 1 y 2 de julio de 2019.
- Procesos E-A Matemáticas* (Apuntes), Máster Universitario en Formación del Profesorado de ESO y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Universidad Católica San Antonio de Murcia, (2021/2022).
- Procesos y contextos Educativos* (Apuntes). Máster Universitario en Formación del Profesorado de ESO y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Universidad Católica San Antonio de Murcia, (2021/2022).
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Rius, M. (2015) *¿Por qué muchos estudiantes odian las matemáticas?* <https://www.lavanguardia.com/vida/20150521/54431772174/estudiantes-odian-matematicas.html> (publicado el 21 de mayo del 2015)

Sánchez García, J. (2018). El espacio arquitectónico a través la sombra: un acercamiento desde la percepción en arquitectura. *DAYA. Diseño, Arte y Arquitectura*. N° 4. E-ISSN 2588-0667, pág. 51-64. DOI: 10.33324/daya.v0i4.136

Vásquez, C. (2010). La luz en la obra de Le Corbusier. *ARQ, n. 76. Día y noche*, Santiago, p. 20-27.